

Moderne effektive Wechselwirkungen in der Kernstrukturphysik

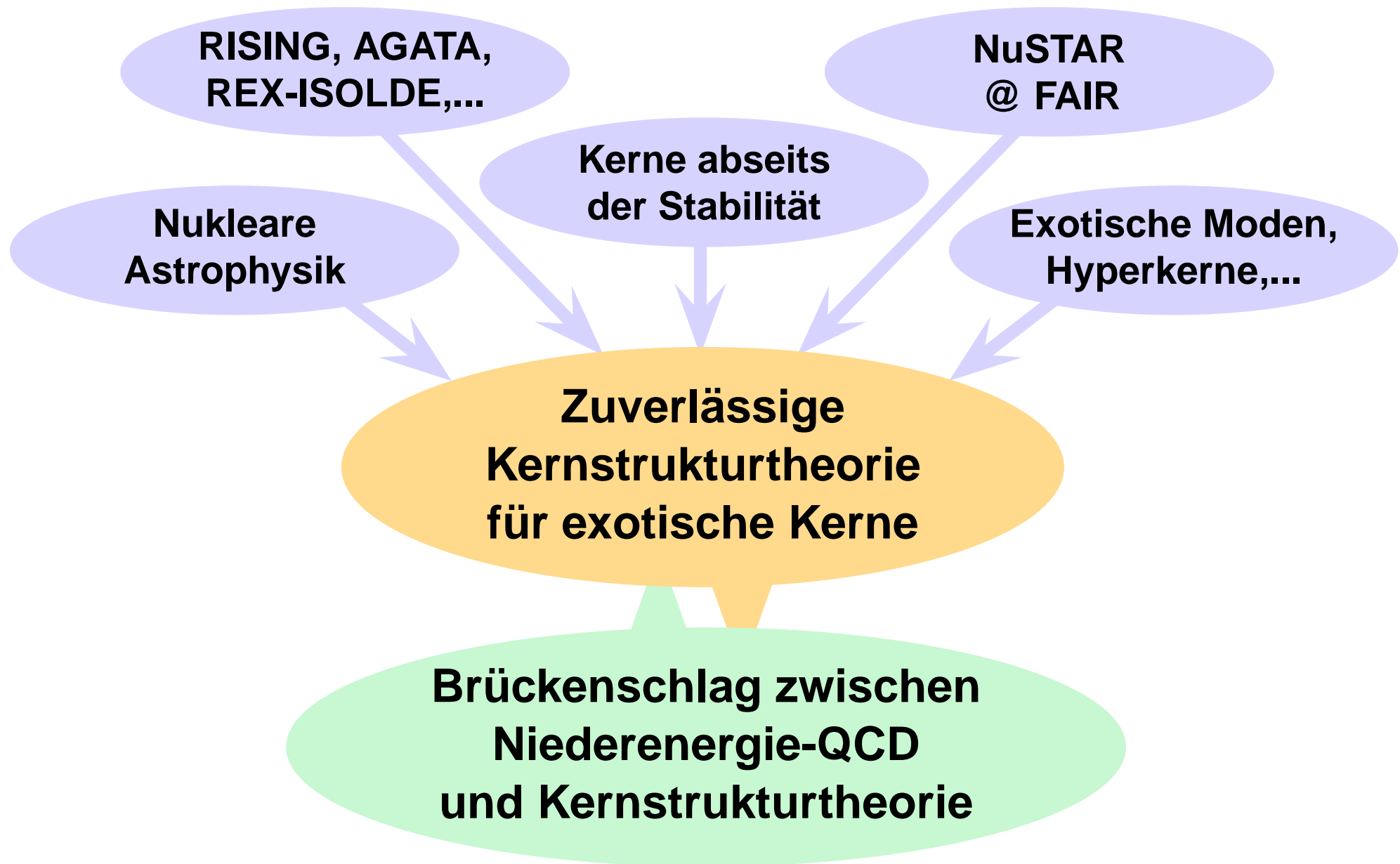
Robert Roth

Institut für Kernphysik
Technische Universität Darmstadt

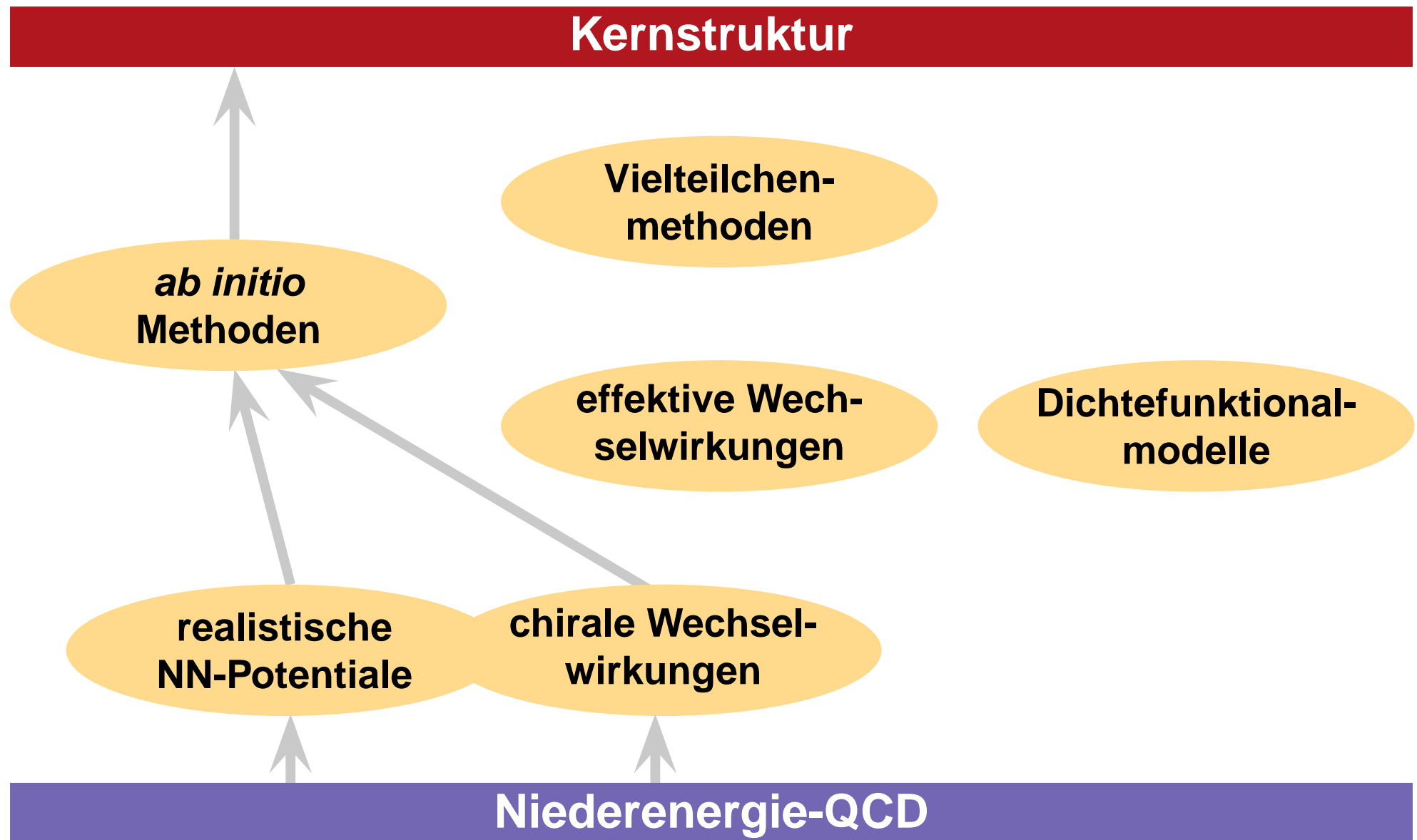


- Motivation
- Moderne Effektive Wechselwirkungen
 - Lee-Suzuki-Transformation
 - $V_{\text{low}k}$ Renormierungsgruppenmethode
 - Methode der unitären Korrelatoren (UCOM)
- Anwendungen
 - No-Core Schalenmodell
 - Hartree-Fock etc.
 - Fermionische Molekulardynamik

Aktuelle Herausforderungen



Moderne Kernstrukturtheorie



Realistische NN-Potentiale

■ QCD motiviert

- Symmetrien, Mesonen-Austausch-Bild
- chirale effektive Feldtheorien

■ kurzreichweitige Phänomenologie

- kurzreichw. Parametrisierung / Kontaktterme

■ experimentelle NN-Streudaten

- Streuphasen & Deuteroneigenschaften mit hoher Genauigkeit reproduziert

■ ergänzende Dreiteilchenkraft

- angepaßt an Spektren leichter Kerne

Argonne V18

CD Bonn

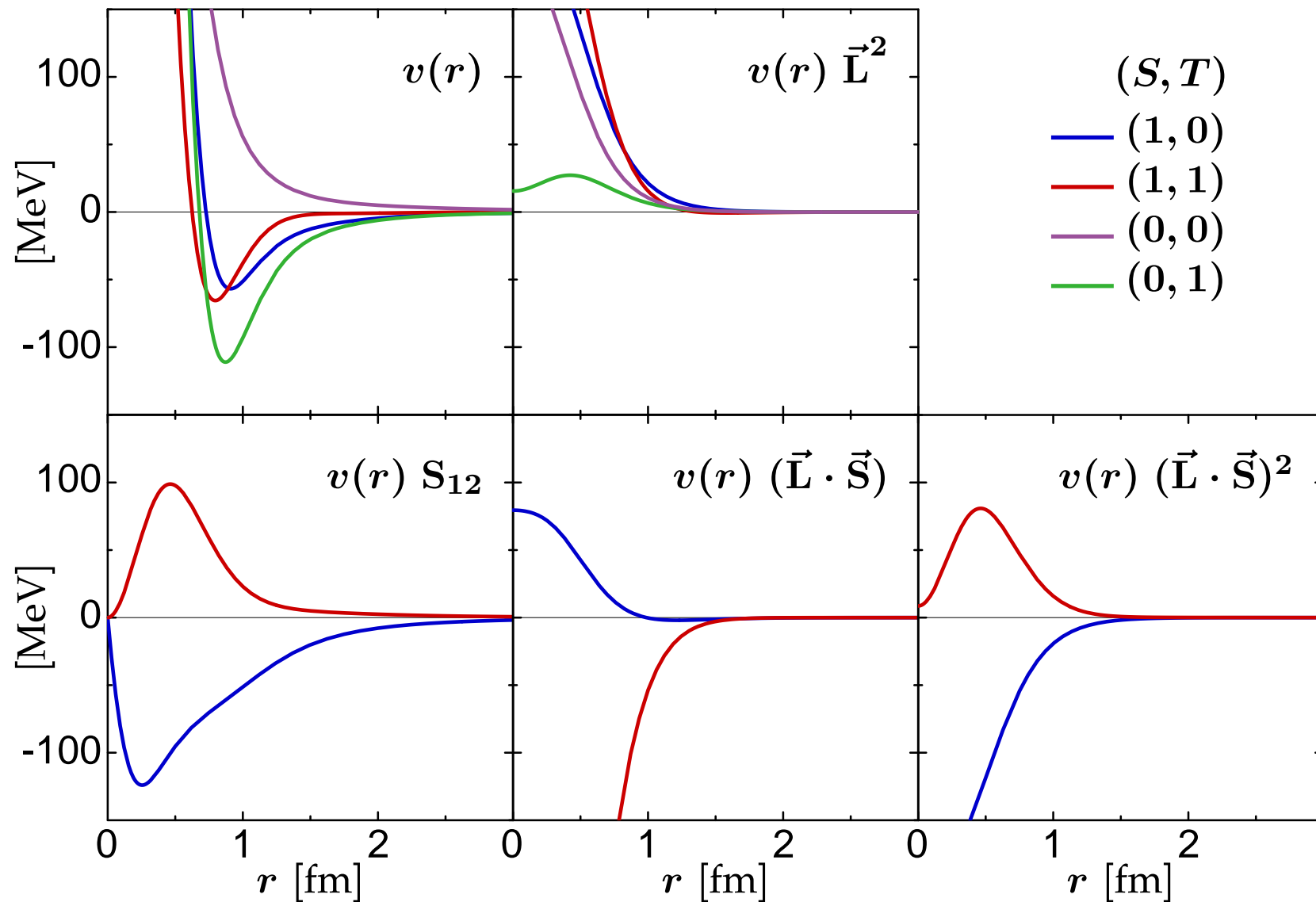
Nijmegen I/II

Chiral N3LO

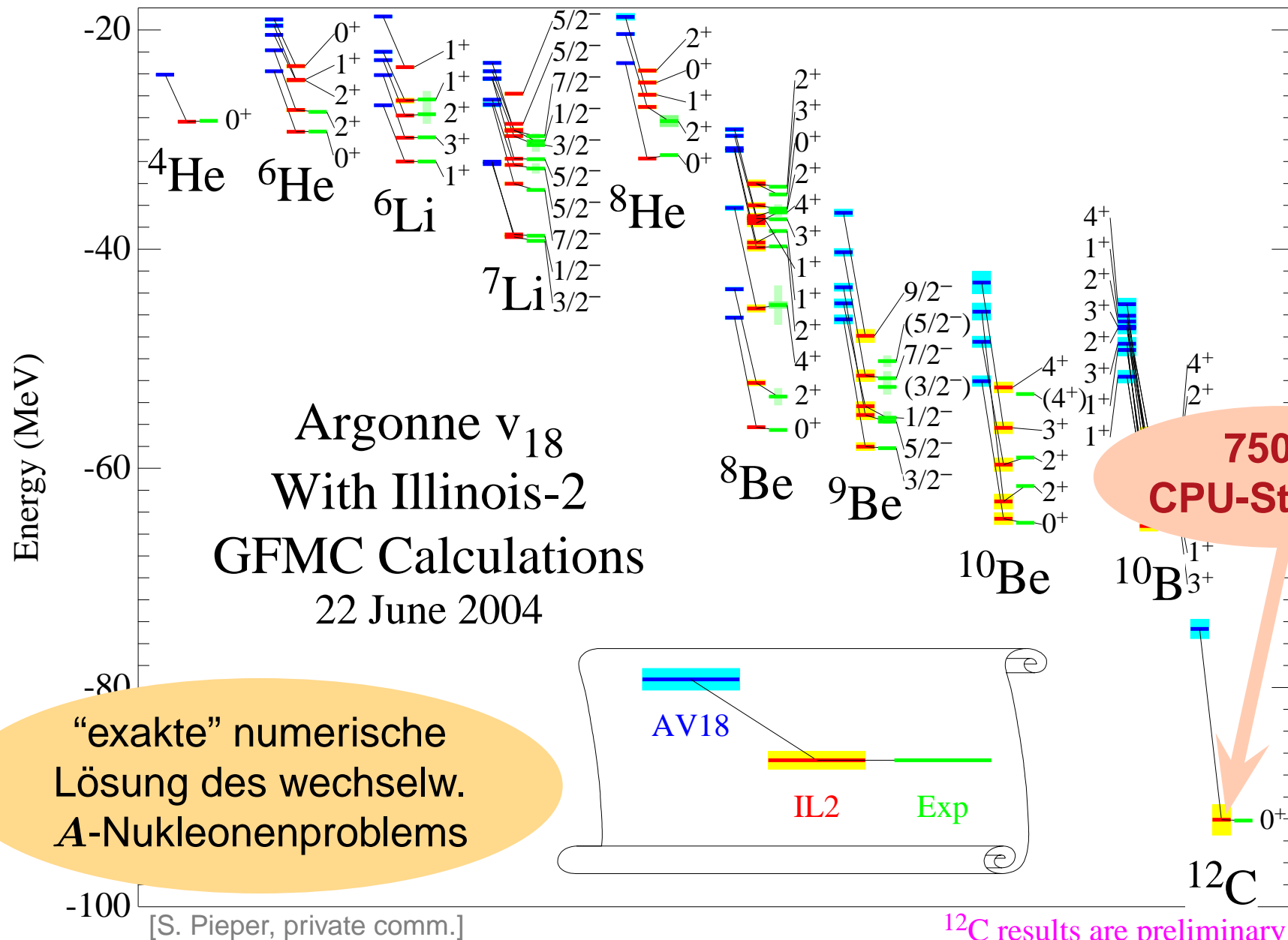
Argonne V18 +
Illinois 2

Chiral N3LO +
N2LO

Argonne V18 Potential

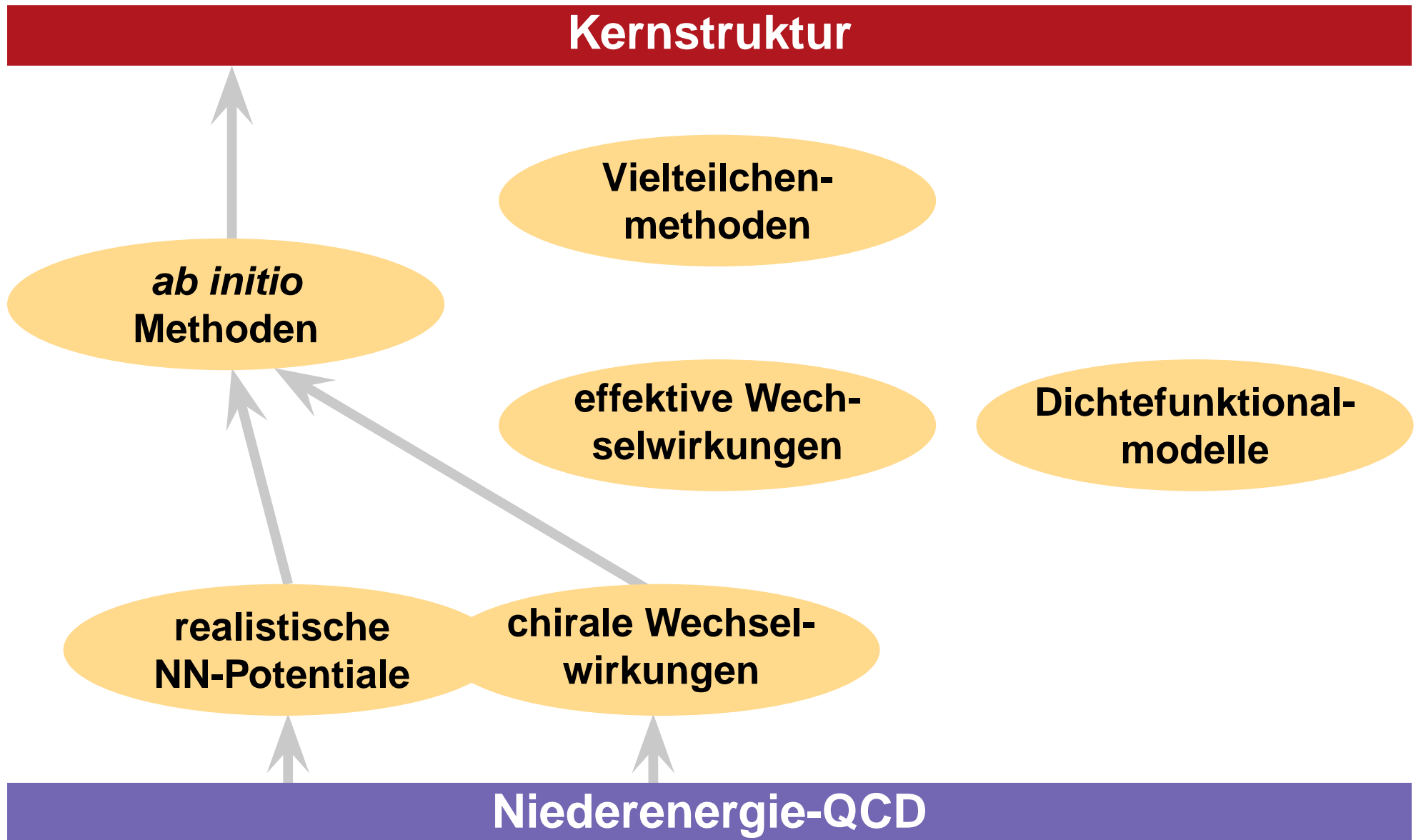


Ab initio Methoden: GFMC

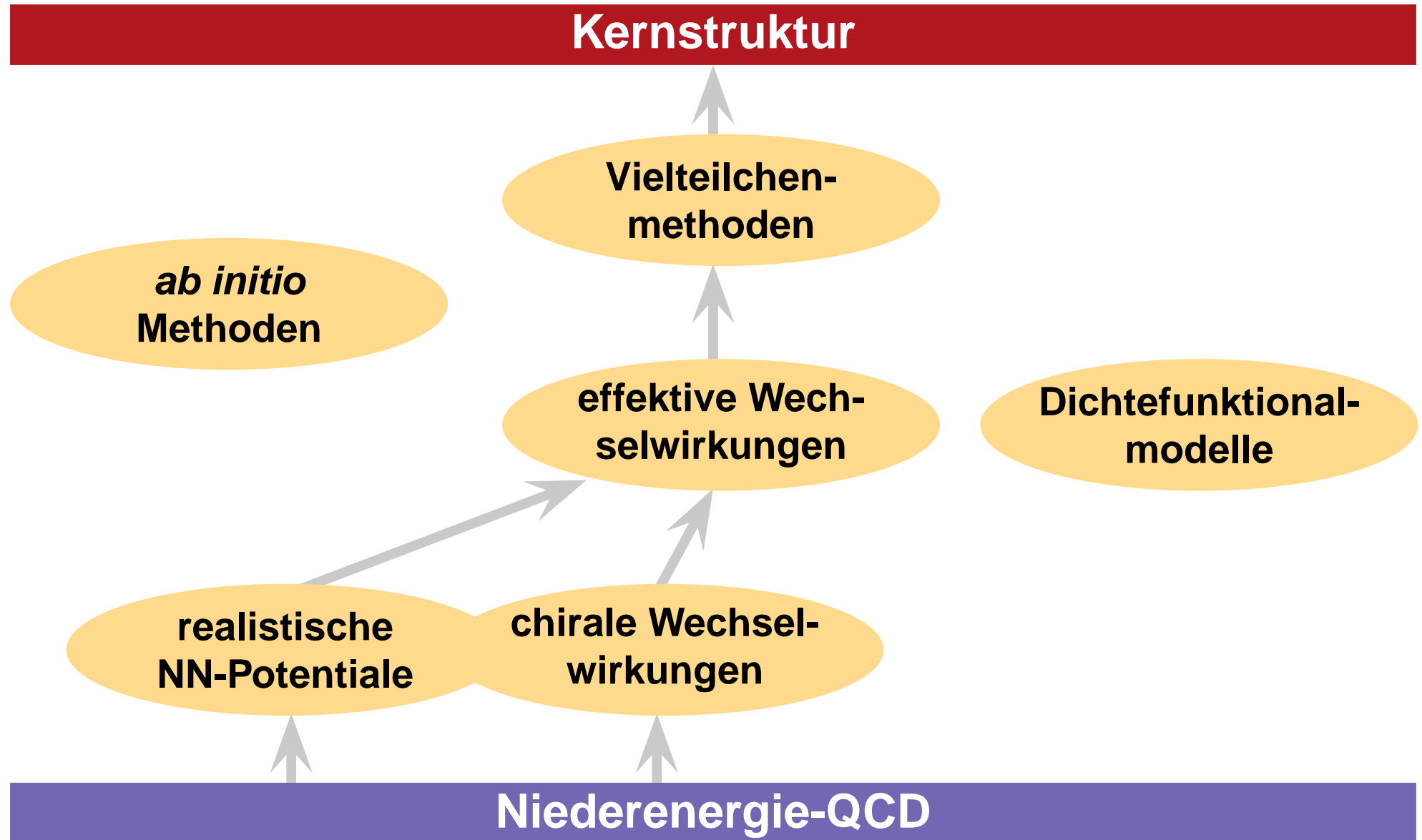


“exakte” numerische Lösung des wechselw. A -Nukleonenproblems

Moderne Kernstrukturtheorie



Moderne Kernstrukturtheorie



Warum Effektive Wechselwirkungen?

Realistische NN-Potentiale

- erzeugen starke Korrelationen im Vielteilchenzustand
- kurzreichweitige Zentral- & Tensor Korrelationen sind dominant

Vielteilchenmethoden

- angewiesen auf eingeschränkten Modellraum für $A > 12$
- können kurzreichweitige Korrelationen nicht beschreiben
- Extrem: Hartree-Fock basiert auf einzelner Slaterdeterminante

Moderne Effektive Wechselw.

- Anpassung des realistischen Potentials an verfügbaren Modellraum
- Erhaltung der exp. bestimmten Eigenschaften (Streuphasen)

Traditionelle Effektive Wechselwirkungen

■ Effektive Schalenmodell-Wechselwirkungen

- rein phänomenologische Fits der Matrixelemente für gewisse Modellräume
- Konstruktion mittels Folded-Diagramm-Entwicklungen und G-Matrix ausgehend von realistischem Potential

■ Effektive Mean-Field-Wechselwirkungen

- phänomenologische Fits von Potentialen oder Kontaktkräften (Gogny Potential / Skyrme Kraft)
- G-Matrix basierend auf realistischem Potential

Moderne Effektive Wechselwirkungen

■ Lee-Suzuki-Transformation

- Ähnlichkeitstransformation zur vollständigen Entkopplung von gewähltem P - und Q -Raum (meist Schalenmodell)

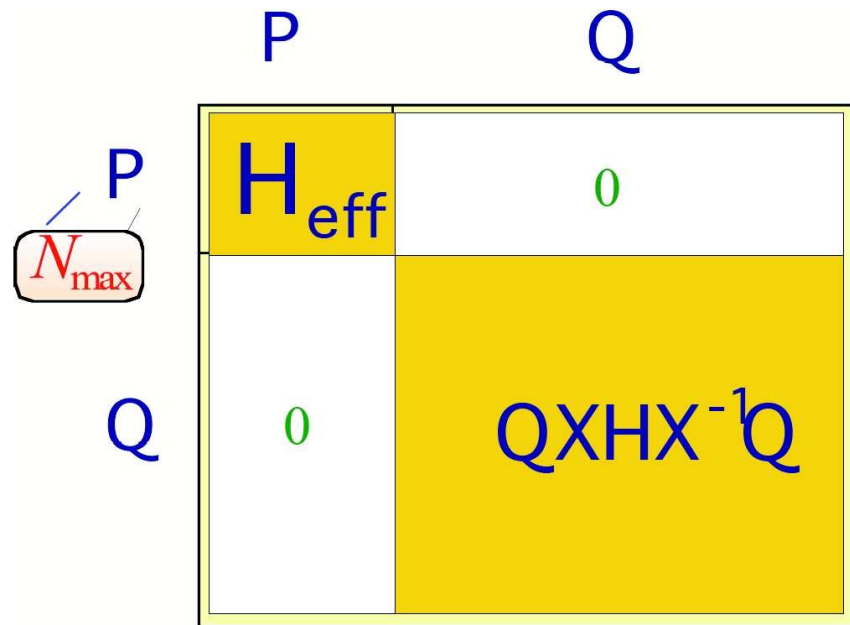
■ V_{lowk} Renormierungsgruppenmethode

- Renormierungsgruppendezimierung der Wechselwirkung auf niedrige Impulskomponenten

■ Methode der unitären Korrelatoren

- unitäre Transformation zur direkten Beschreibung von kurzreichweitigen Zentral- und Tensorkorrelationen

Lee-Suzuki-Transformation



$$H_{\text{eff}} = P X H X^{-1} P$$

$$0 = Q X H X^{-1} P$$

- Entkopplungsgleichung definiert Matrixelemente der Transformation X bzgl. gegebener Basis

- eff. Modellraum-Ww. **in Form von Matrixelementen** definiert
- prinzipiell auch für **effektive Operatoren** geeignet (extrem aufwendig)
- effektive Größen **hängen von Basis und Modellraum** ab

$V_{\text{low}k}$ Renormierungsgruppenmethode

$$T(k', k; k^2) = V_{\text{bare}}(k', k) + \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty dp p^2 \frac{V_{\text{bare}}(k', p) T(p, k; k^2)}{k^2 - p^2}$$



Dezimierung auf Niederimpulsraum

$$T(k', k; k^2) = V_{\text{low}k}(k', k) + \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\Lambda dp p^2 \frac{V_{\text{low}k}(k', p) T(p, k; k^2)}{k^2 - p^2}$$

- universelle, **streuphasenäquivalente Niederimpulswechselwirkung** bis zum Cutoff Λ definiert
- explizite **phänomenologische Dreiteilchenwechselw.** notwendig
- technisch äquivalent zu Lee-Suzuki im Impulsraum (Q-Raum-Ww. wird verworfen)

Unitary Correlation Operator Method (UCOM)

Methode der unitären Korrelatoren

Korrelationsoperator

erzeuge kurzreichweitige Korrelationen durch unitäre Transformation bzgl. der Relativkoordinaten aller Teilchenpaare

$$\mathbf{C} = \exp[-i \mathbf{G}] = \exp\left[-i \sum_{i < j} g_{ij}\right]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^\dagger &= \mathbf{G} \\ \mathbf{C}^\dagger \mathbf{C} &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

korrel. Zustände

$$|\tilde{\psi}\rangle = \mathbf{C} |\psi\rangle$$

korrel. Operatoren

$$\tilde{\mathbf{O}} = \mathbf{C}^\dagger \mathbf{O} \mathbf{C}$$

$$\langle \tilde{\psi} | \mathbf{O} | \tilde{\psi}' \rangle = \langle \psi | \mathbf{C}^\dagger \mathbf{O} \mathbf{C} | \psi' \rangle = \langle \psi | \tilde{\mathbf{O}} | \psi' \rangle$$

Zentral- und Tensorkorrelator

$$C = C_{\Omega} C_r$$

Zentralkorrelator C_r

- radiale abstandsabhängige Verschiebung in der Relativkoordinate zweier Nukleonen

$$g_r = \frac{1}{2} [s(r) q_r + q_r s(r)]$$

$$q_r = \frac{1}{2} \left[\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{q} + \vec{q} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right]$$

Tensorkorrelator C_{Ω}

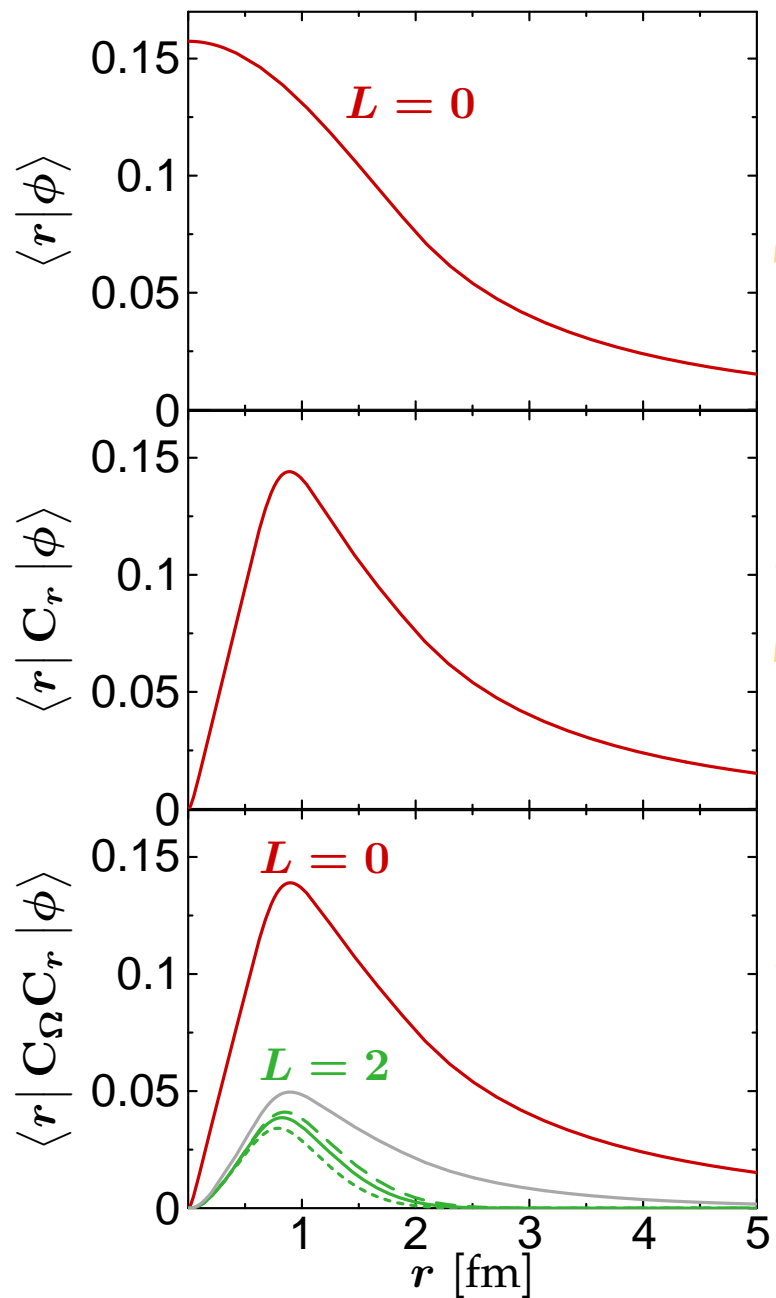
- tangentielle Verschiebung in Abhängigkeit von der relativen Orientierung von Spin und Relativkoordinate

$$g_{\Omega} = \frac{3}{2} \vartheta(r) [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q}_{\Omega})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}) + (\vec{r} \leftrightarrow \vec{q}_{\Omega})]$$

$$\vec{q}_{\Omega} = \vec{q} - \frac{\vec{r}}{r} q_r$$

$s(r)$ und $\vartheta(r)$
für gegebenes Potential im
Zweiteilchensystem bestimmt

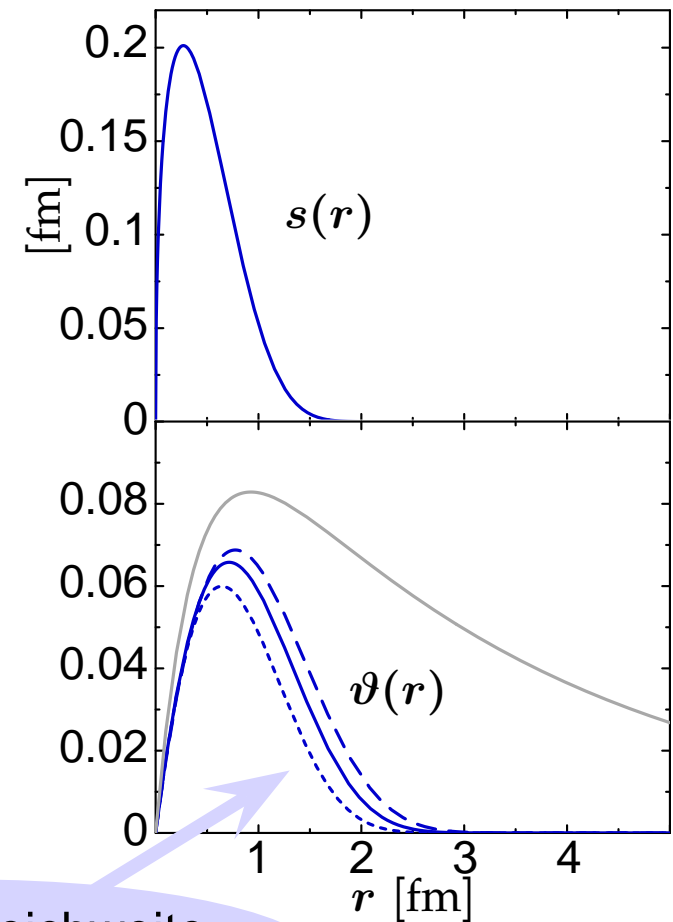
Korrelierte Zustände: Das Deuteron



Zentral-
korrelationen

Tensor-
korrelationen

reduzierte Reichweite
des Tensorkorrelators

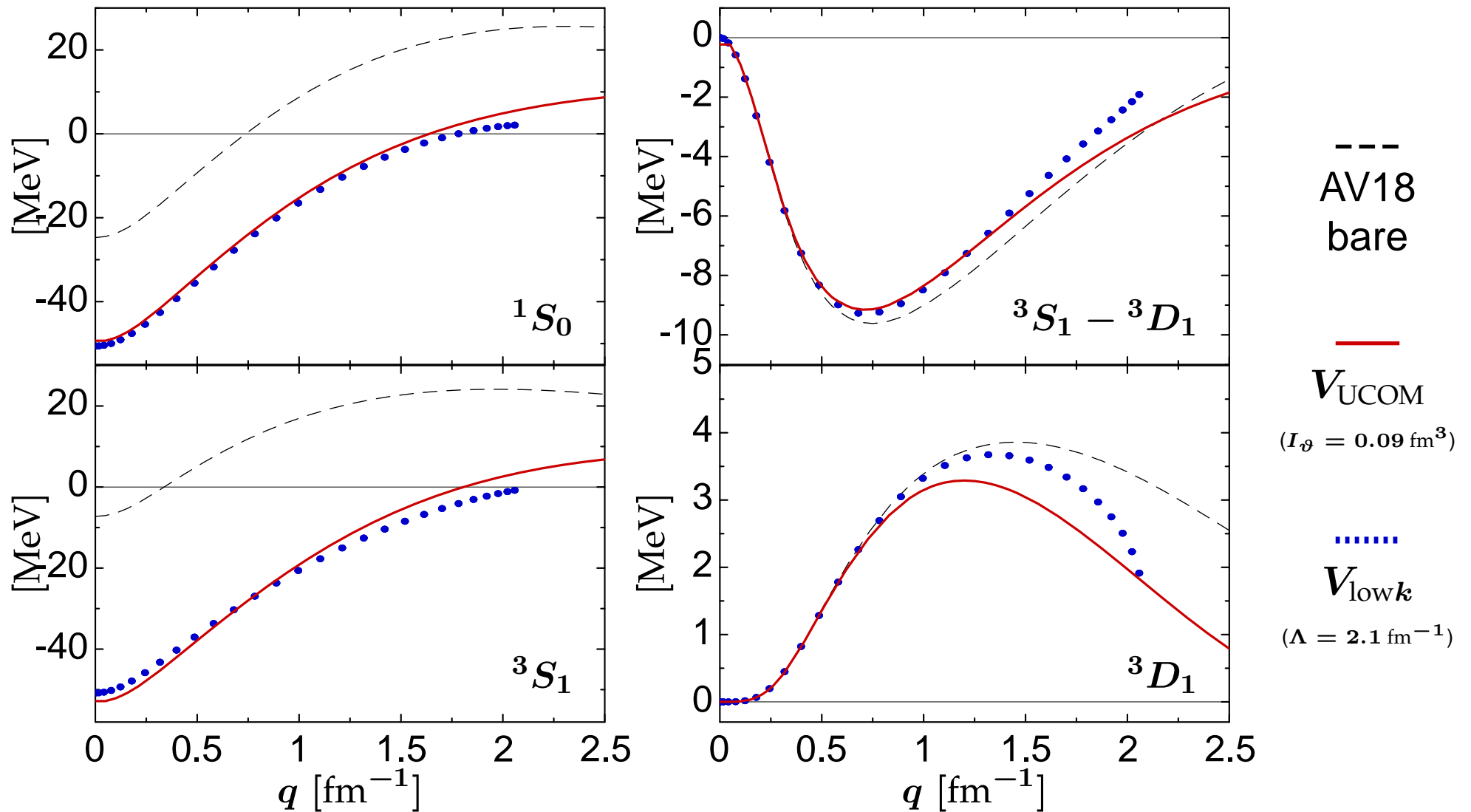


Korrelierte Wechselwirkung — V_{UCOM}

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{T} + V_{\text{UCOM}} + V_{\text{UCOM}}^{[3]} + \dots$$

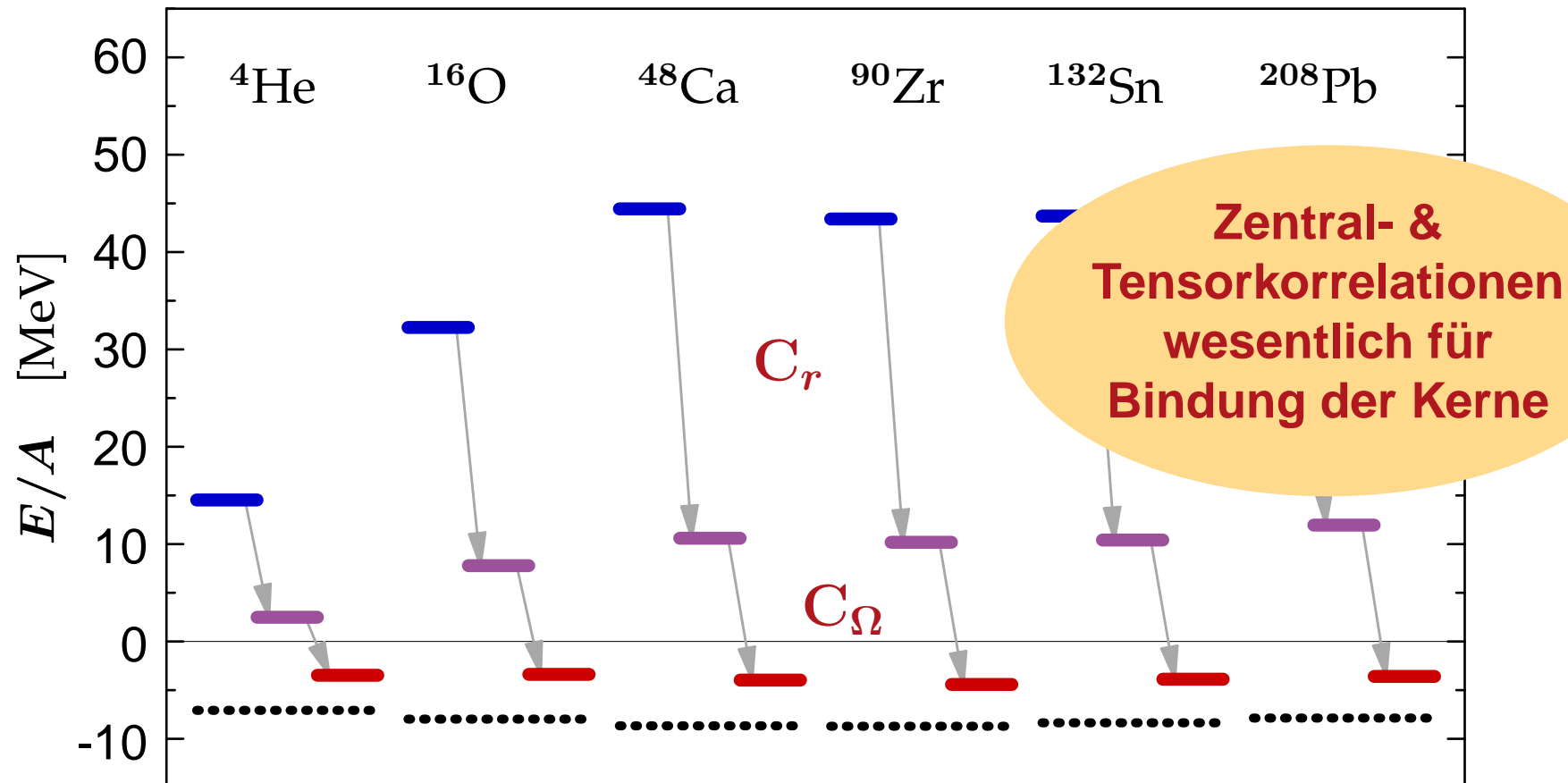
- **geschlossene Operatordarstellung** der korrelierten Wechselwirkung V_{UCOM} in Zweiteilchennäherung
- korrelierte Ww. und Ausgangswechselwirkung sind per Konstruktion **streuphasenäquivalent**
- Impulsraummatrixelemente **ähnlich** $V_{\text{low}k}$
- konsistente **korrelierte Operatoren** (Übergangoperatoren, Besetzungszahlen, etc.) leicht konstruierbar

Vergleich mit $V_{\text{low}k}$



Simplistisches "Schalenmodell"

- Erwartungswert des Hamiltonian (mit AV18) für Slaterdeterminante aus harmonischen Oszillatorzuständen



Anwendung I

No-Core Schalenmodell

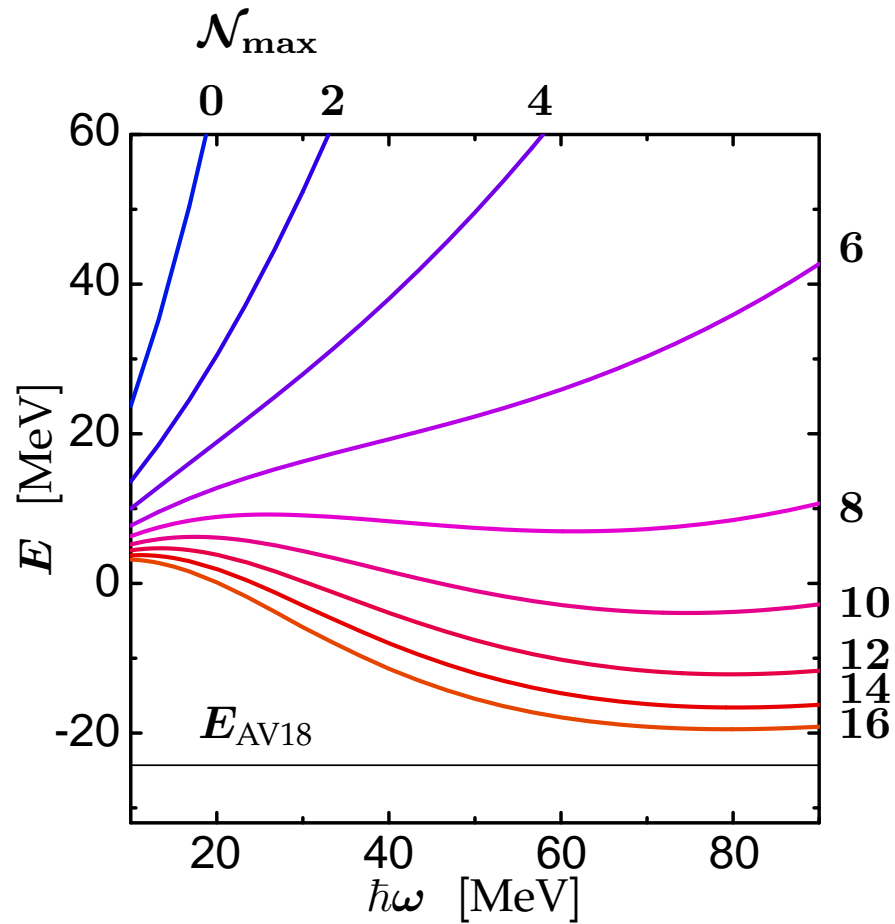
**No-Core Schalenmodell
+
Matrixelemente der korrelierten
Wechselwirkung V_{UCOM}**

- Vielteilchenzustand ist entwickelt in Slaterdeterminanten von Einteilchenzuständen des harmonischen Oszillators
- großskalige Diagonalisierung des Hamiltonian in einem trunkierten Vielteilchenraum ($\mathcal{N}\hbar\omega$ -Trunkierung)
- Bewertung von kurz- und langreichweitigen Korrelationen

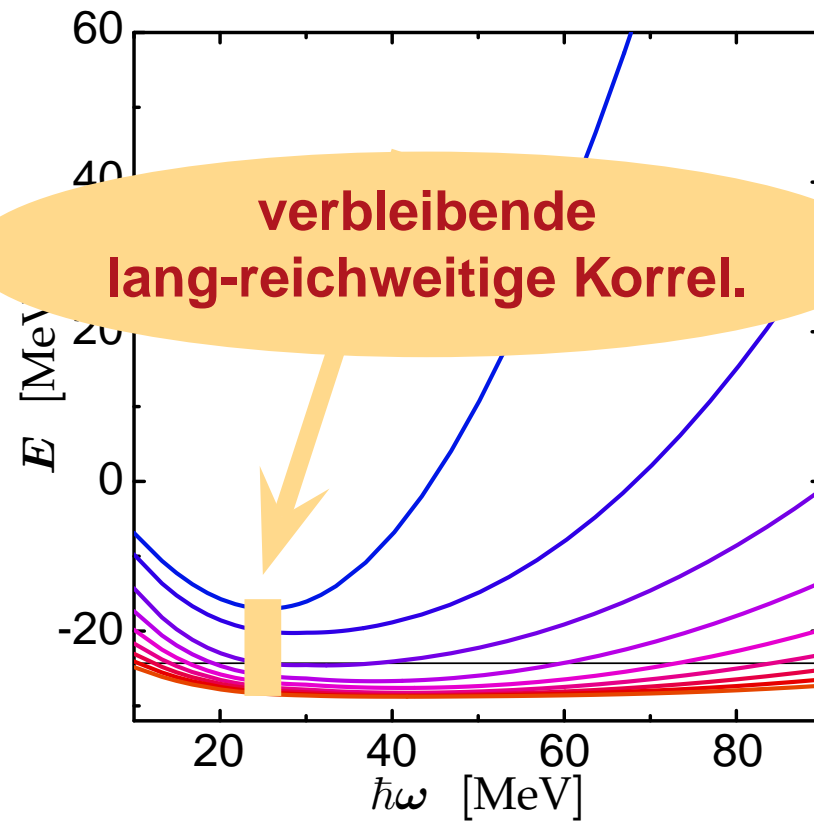
NCSM-Code von Petr Navrátil [PRC 61, 044001 (2000)]

${}^4\text{He}$: Konvergenz

V_{AV18}

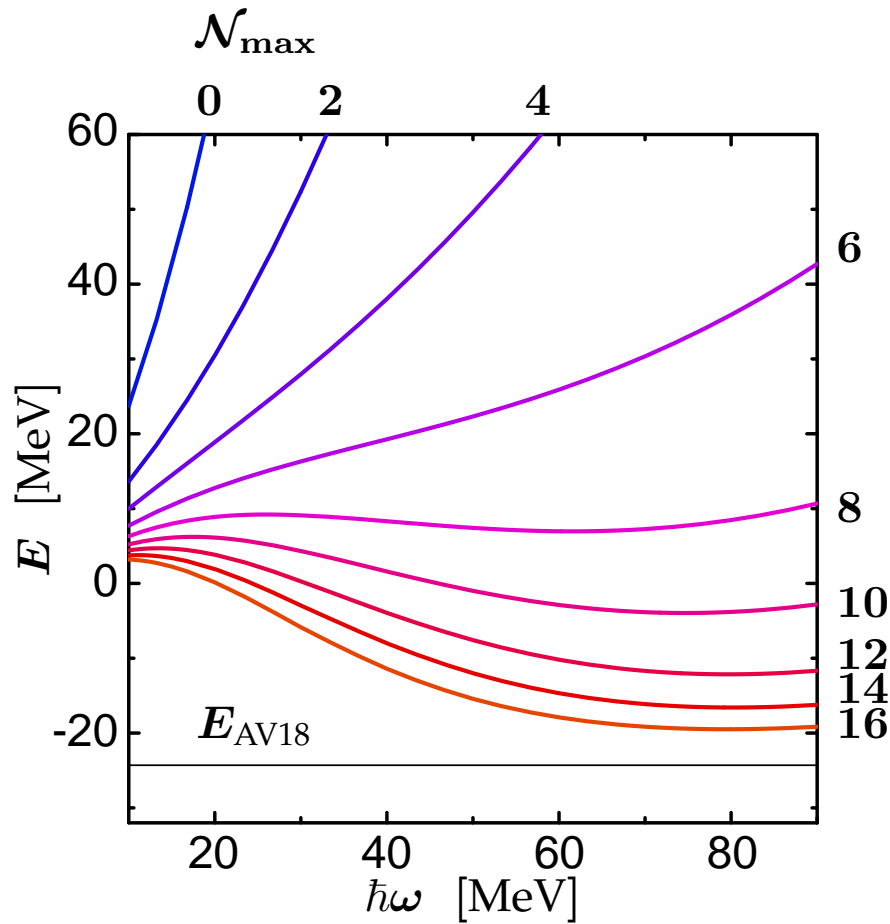


V_{UCOM}

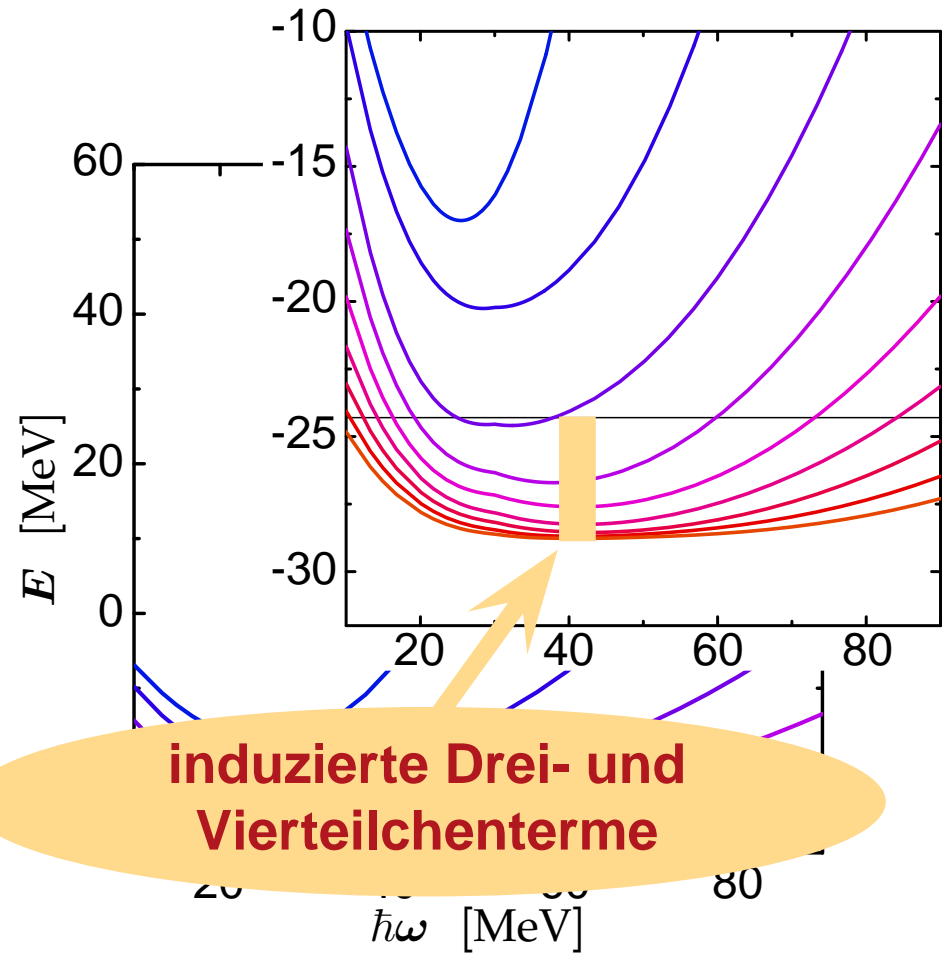


^4He : Konvergenz

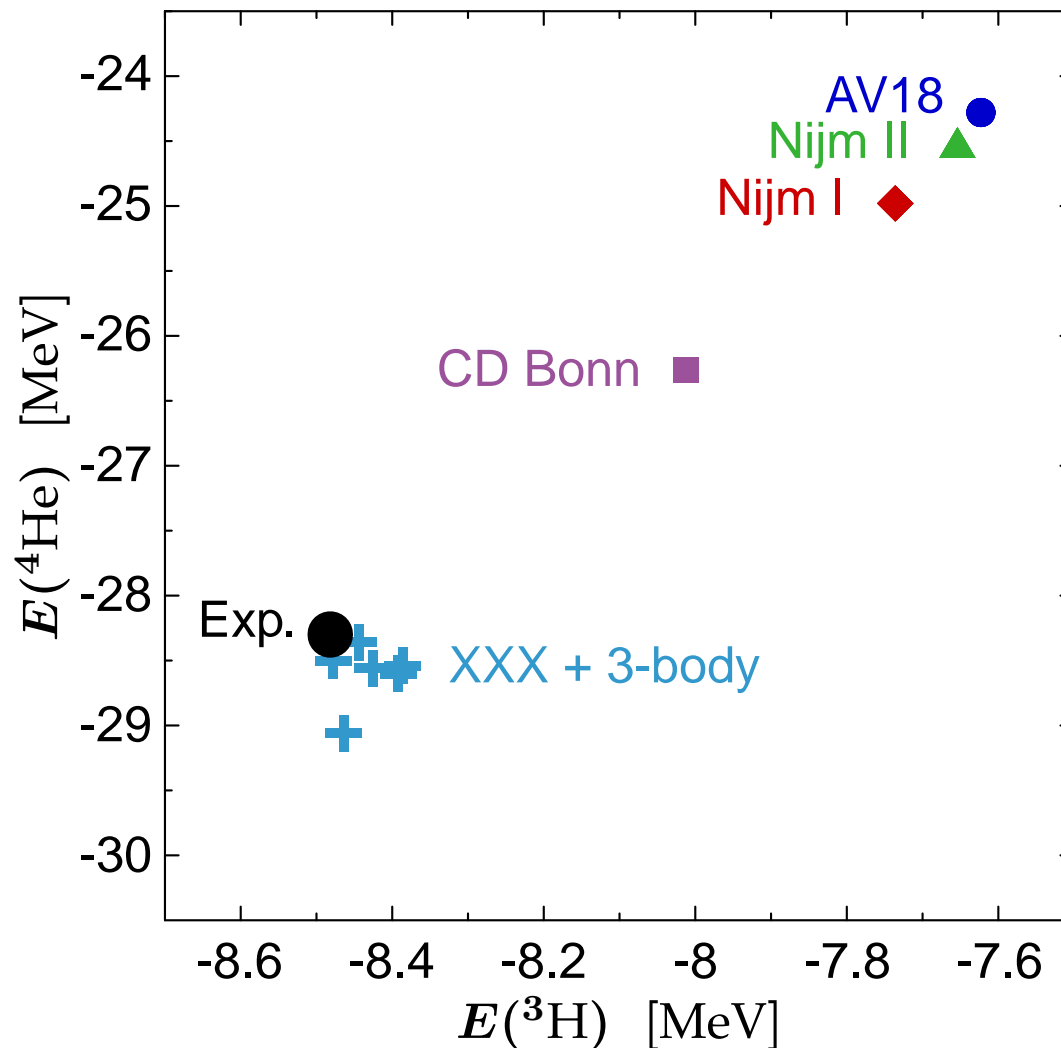
V_{AV18}



V_{UCOM}

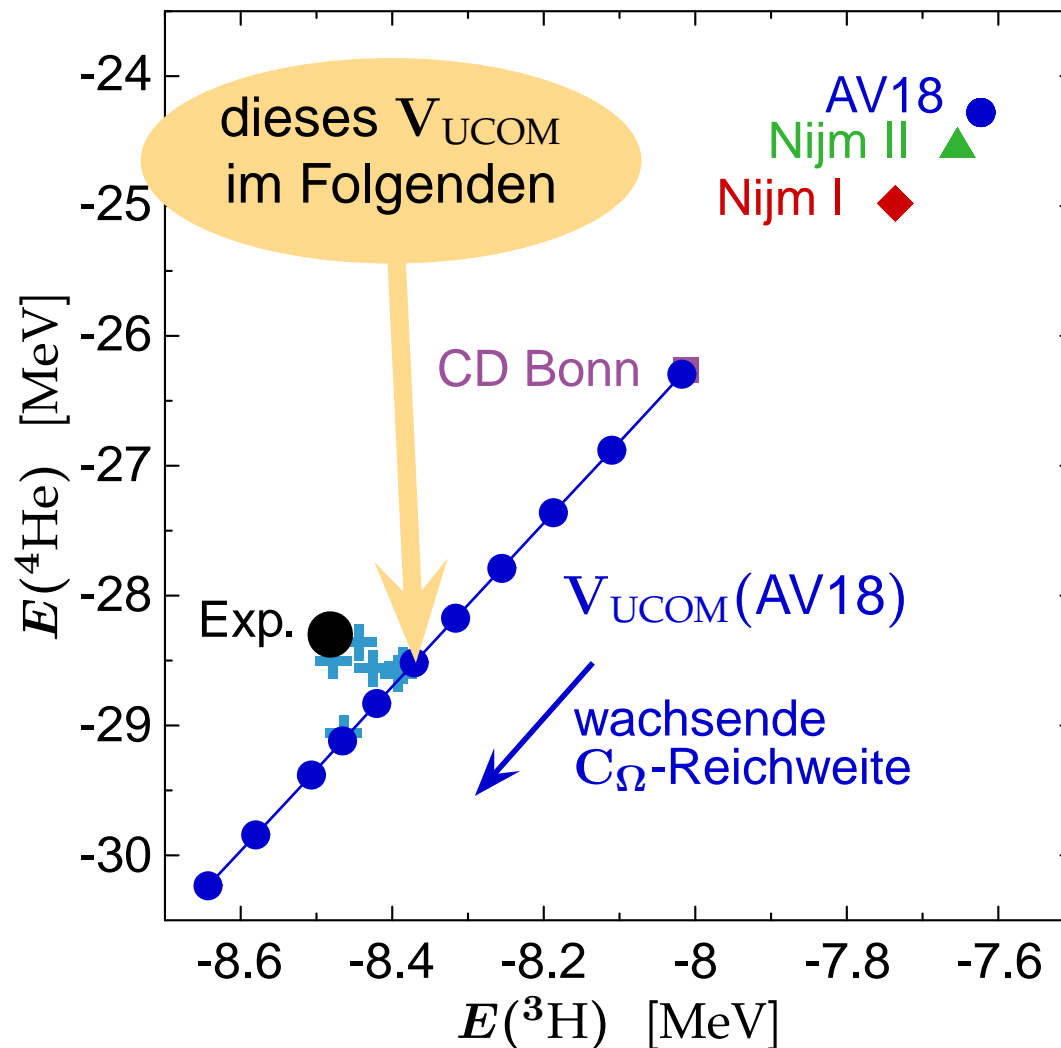


Tjon-Linie und Korrelatorreichweite



- **Tjon-Linie:** $E({}^4\text{He})$ vs. $E({}^3\text{H})$ für streuphasenäquivalente NN-Wechselwirkungen

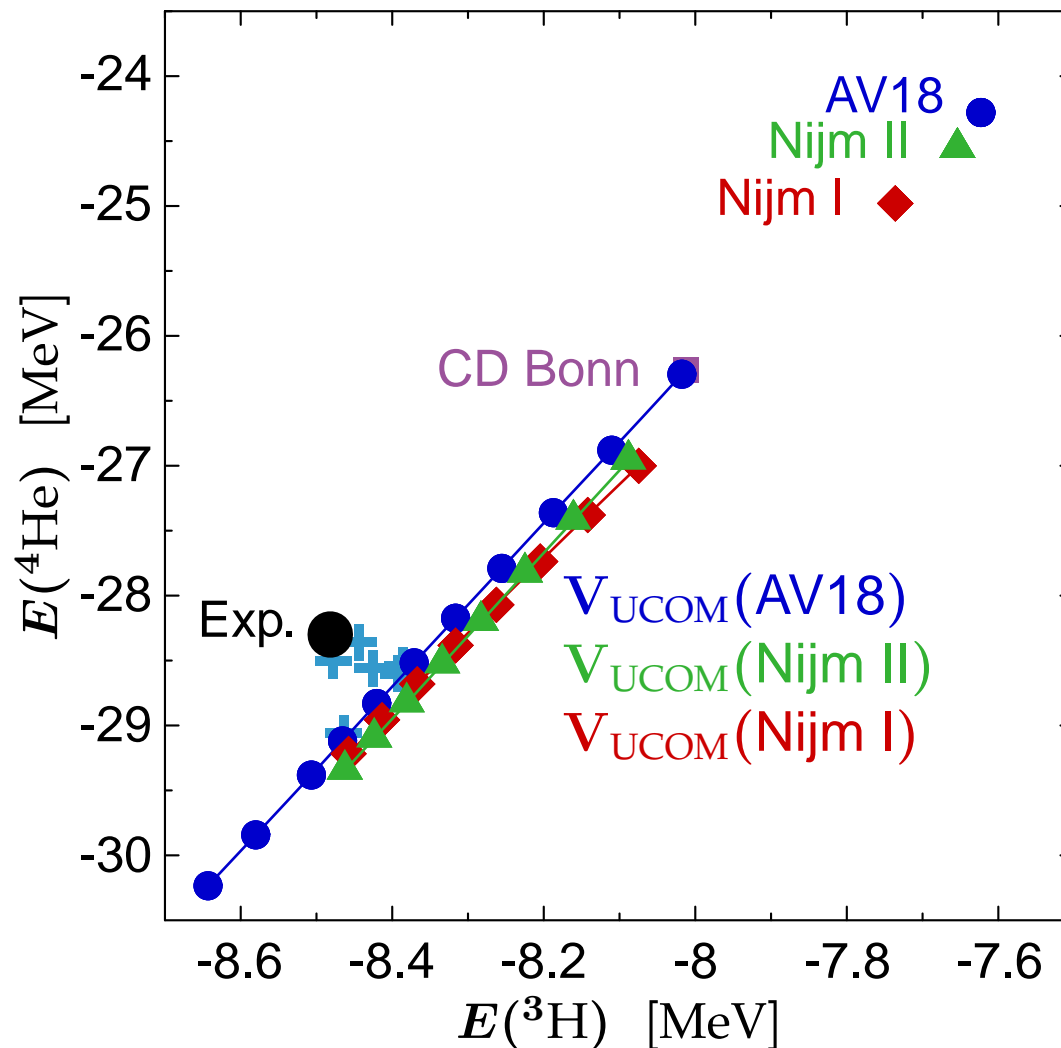
Tjon-Linie und Korrelatorreichweite



- **Tjon-Linie:** $E({}^4\text{He})$ vs. $E({}^3\text{H})$ für streuphasenäquivalente NN-Wechselwirkungen
- Änderung der C_Ω -Reichweite erzeugt Verschiebung entlang der Tjon-Linie

minimiere Netto-Dreiteilchenkraft durch Wahl eines Korrelators nahe der exp. Energien

Tjon-Linie und Korrelatorreichweite

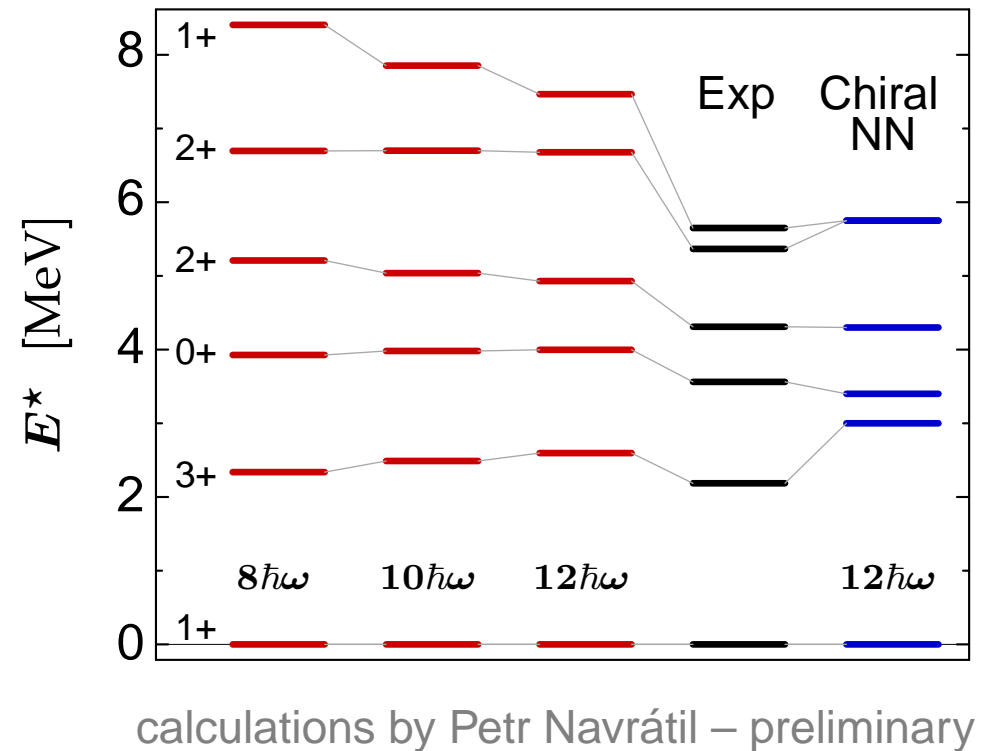
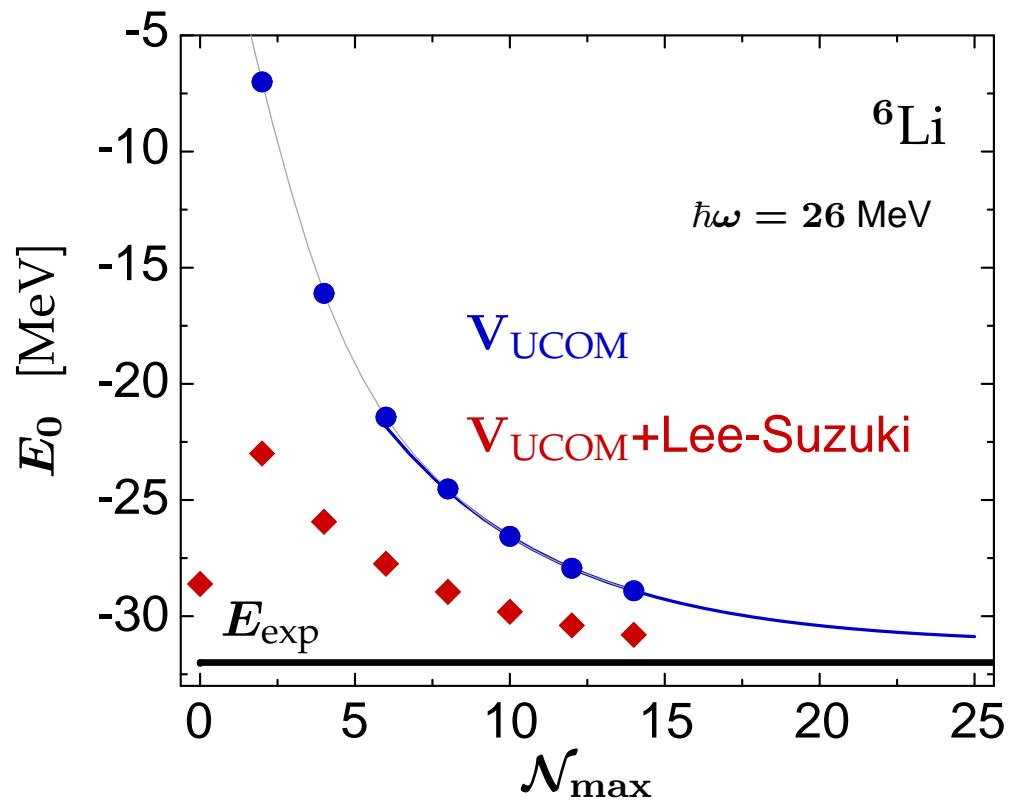


- **Tjon-Linie:** $E(^4\text{He})$ vs. $E(^3\text{H})$ für streuphasenäquivalente NN-Wechselwirkungen
- Änderung der C_Ω -Reichweite erzeugt Verschiebung entlang der Tjon-Linie

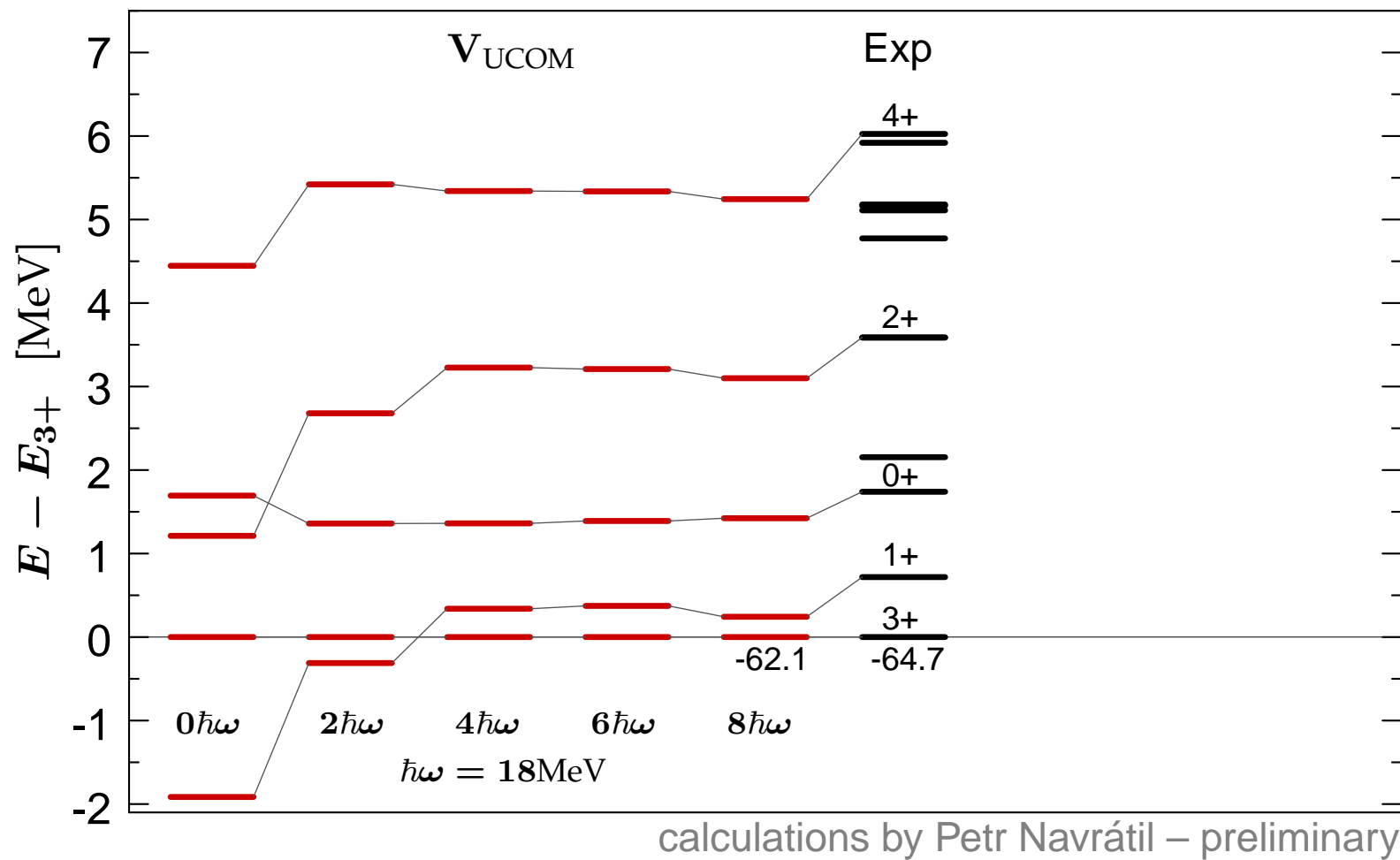
minimiere Netto-Dreiteilchenkraft
durch Wahl eines Korrelators nahe der exp. Energien

${}^6\text{Li}$: NCSM für p-Schalenkerne

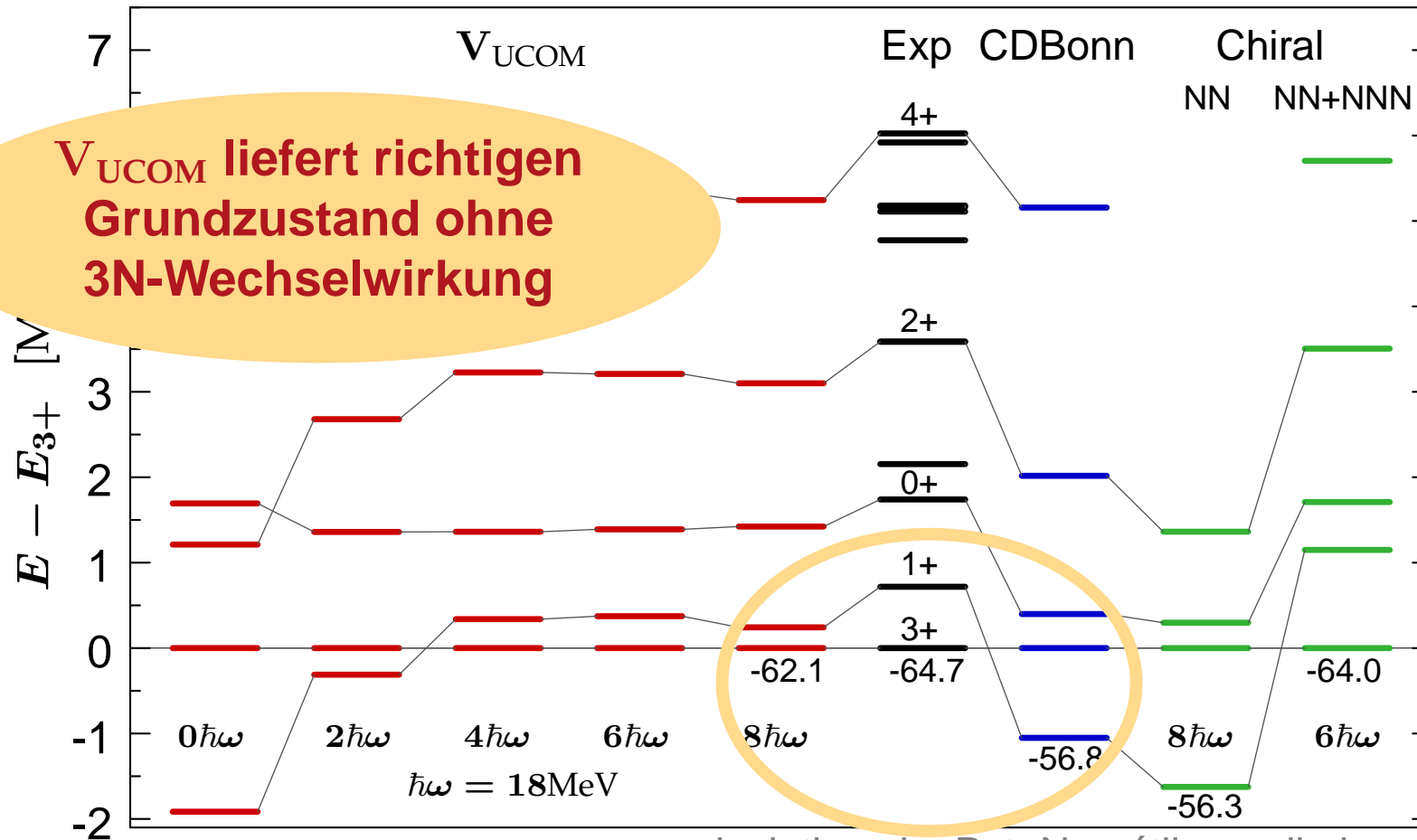
- No-Core-Schalenmodellrechnungen in der p-Schale derzeit in Arbeit (ohne und mit Lee-Suzuki-Transformation)



^{10}B : Benchmark für V_{UCOM}



^{10}B : Benchmark für V_{UCOM}



calculations by Petr Navrátil – preliminary

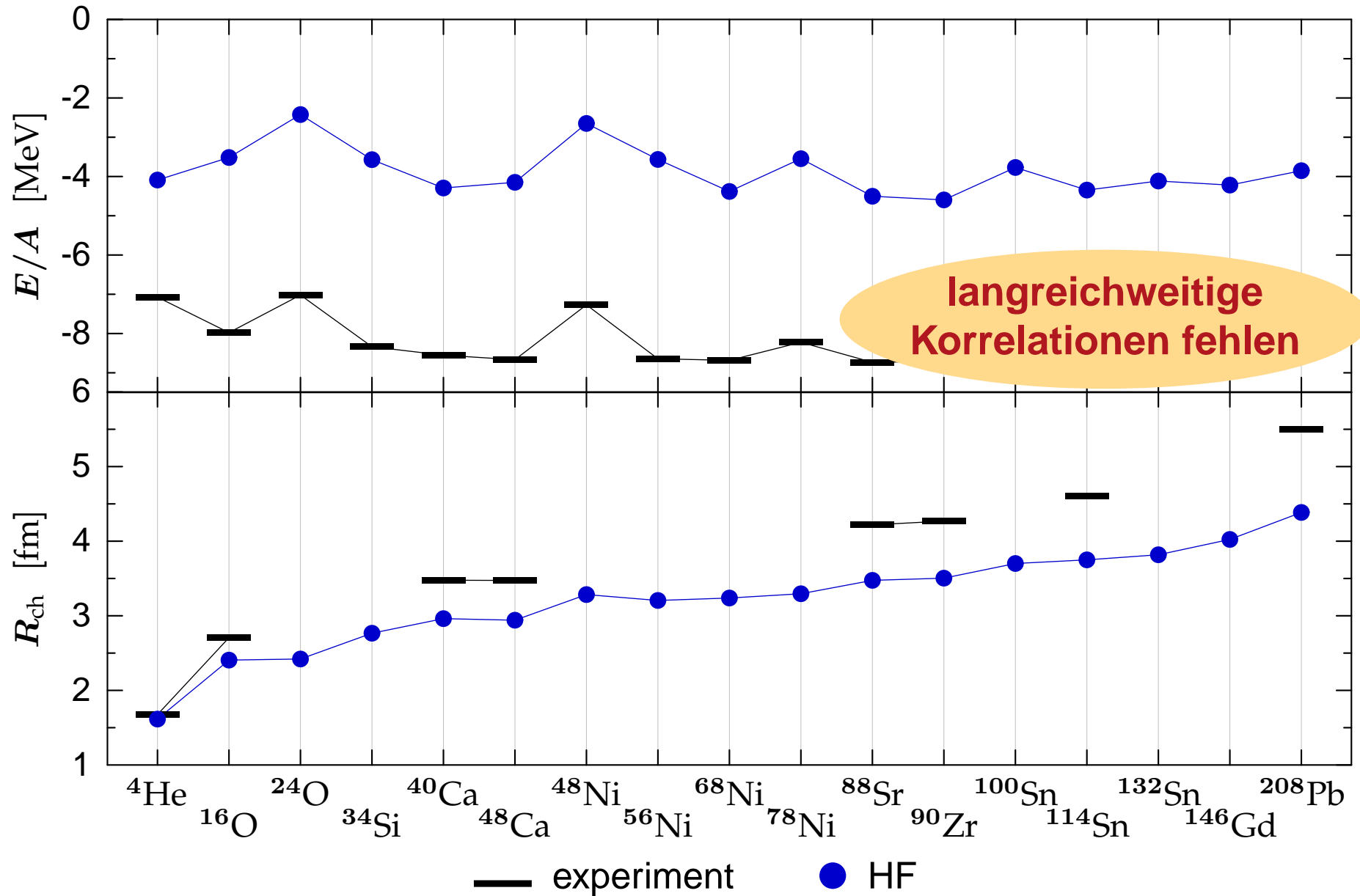
Anwendung II:

Hartree-Fock etc.

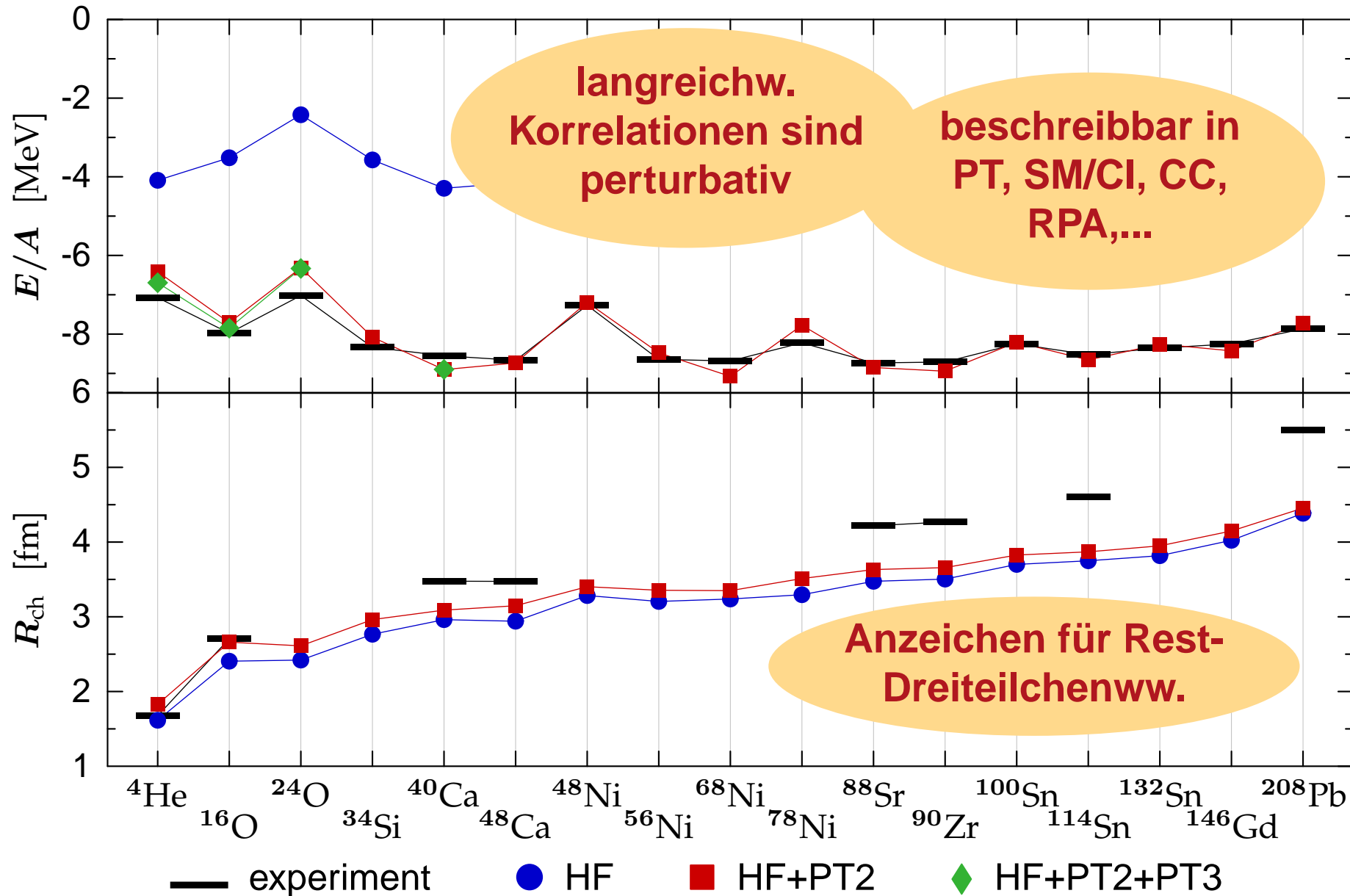
**Standard Hartree-Fock
+
Matrixelemente der korrelierten
Wechselwirkung V_{UCOM}**

- Vielteilchenzustand ist **einzelne Slaterdeterminante** von Einzelteilchenzuständen dargestellt in Oszillatorbasis
- HF-Zustände können **keinerlei Korrelationen** beschreiben
- Ausgangspunkt für **verbesserte Vielteilchenrechnungen**: MB-PT, RPA, SM/CI, CC,...

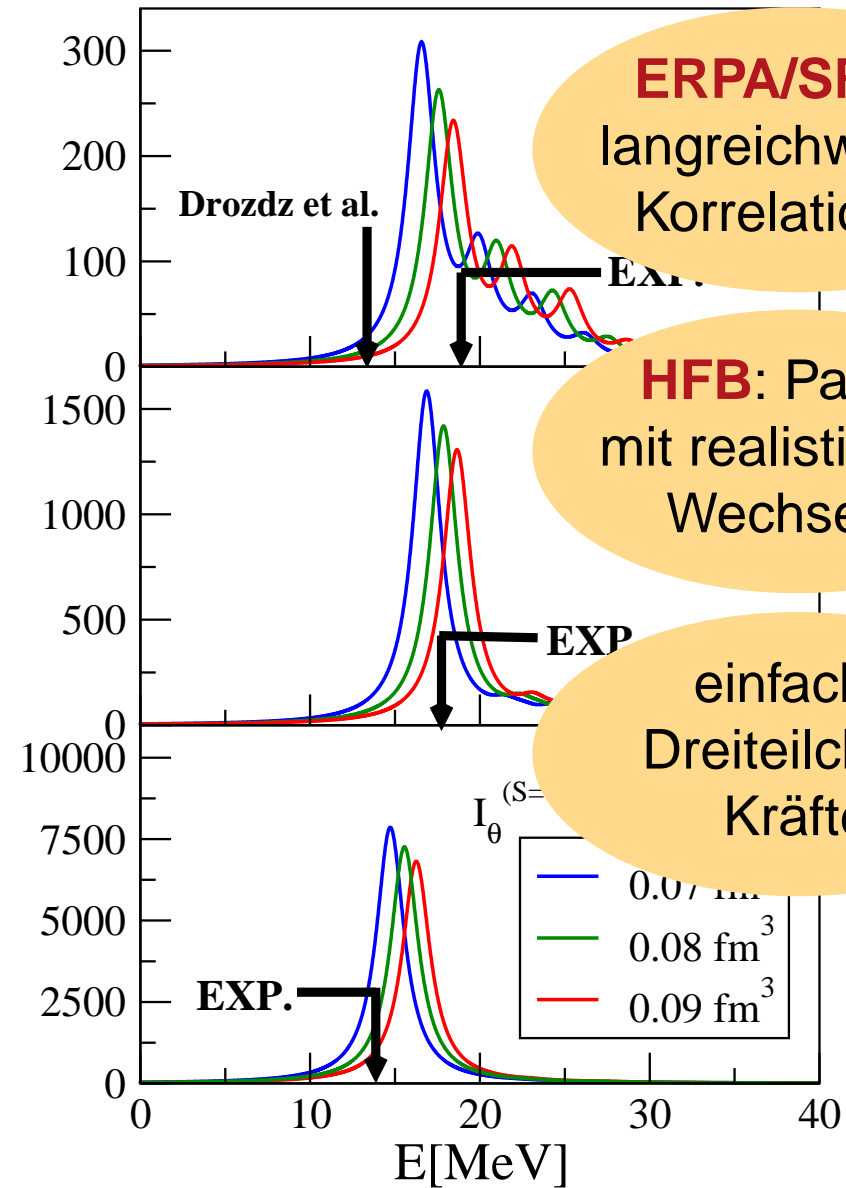
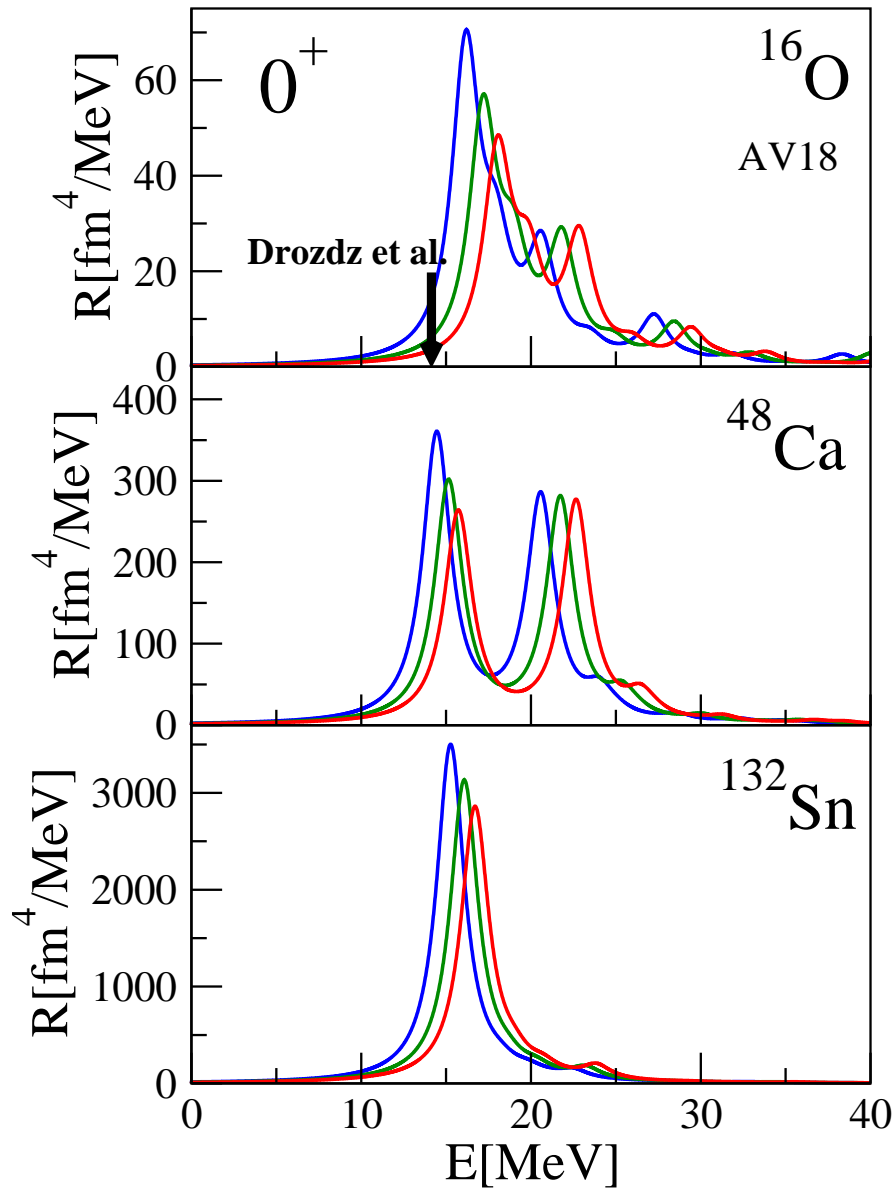
Hartree-Fock mit V_{UCOM}



Störungstheorie mit V_{UCOM}



Ausblick: UCOM + RPA



Anwendung III:

Fermionische Molekulardynamik

Gaußförmige Einteilchenzust.

$$|q\rangle = \sum_{\nu=1}^n c_{\nu} |a_{\nu}, \vec{b}_{\nu}\rangle \otimes |\chi_{\nu}\rangle \otimes |m_t\rangle$$

$$\langle \vec{x} | a_{\nu}, \vec{b}_{\nu} \rangle = \exp \left[- \frac{(\vec{x} - \vec{b}_{\nu})^2}{2 a_{\nu}} \right]$$

a_{ν} : komplex Breite χ_{ν} : Spinorientierung
 \vec{b}_{ν} : mittl. Ort & Impuls

Slaterdeterminante

$$|Q\rangle = \mathcal{A} (|q_1\rangle \otimes |q_2\rangle \otimes \cdots \otimes |q_A\rangle)$$

Korrelierter Hamiltonian

$$\tilde{H} = T + V_{\text{UCOM}} + \delta V_{c+p+ls}$$

Variation

$$\frac{\langle Q | \tilde{H} - T_{\text{cm}} | Q \rangle}{\langle Q | Q \rangle} \rightarrow \min$$

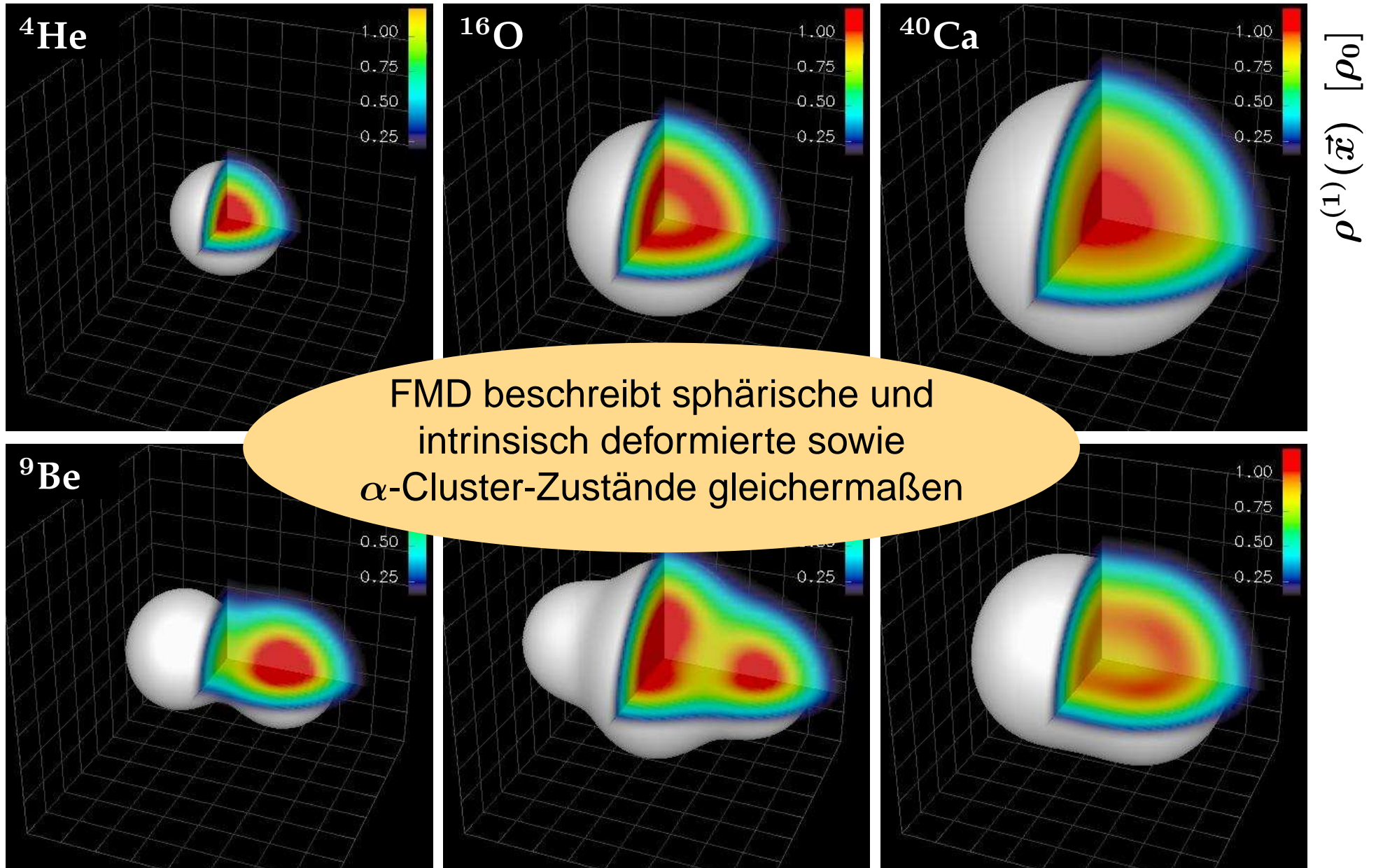
Projektion

Wiederherstellung gebrochener Symmetrien
(PAV / VAP)

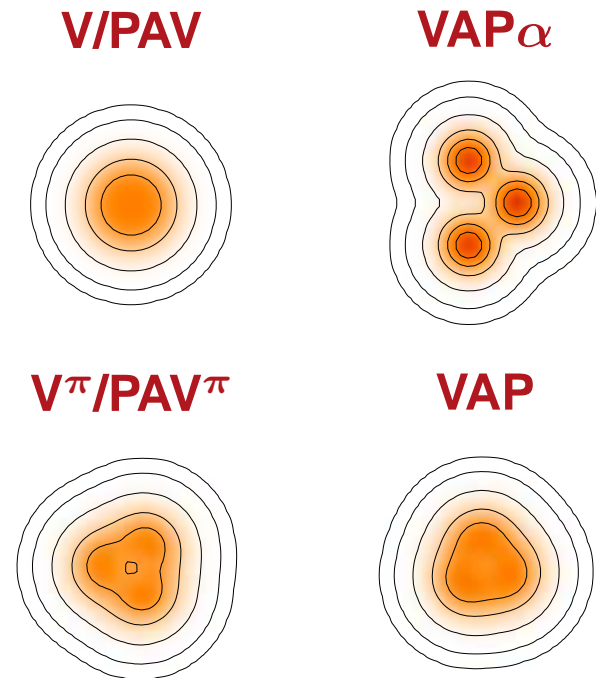
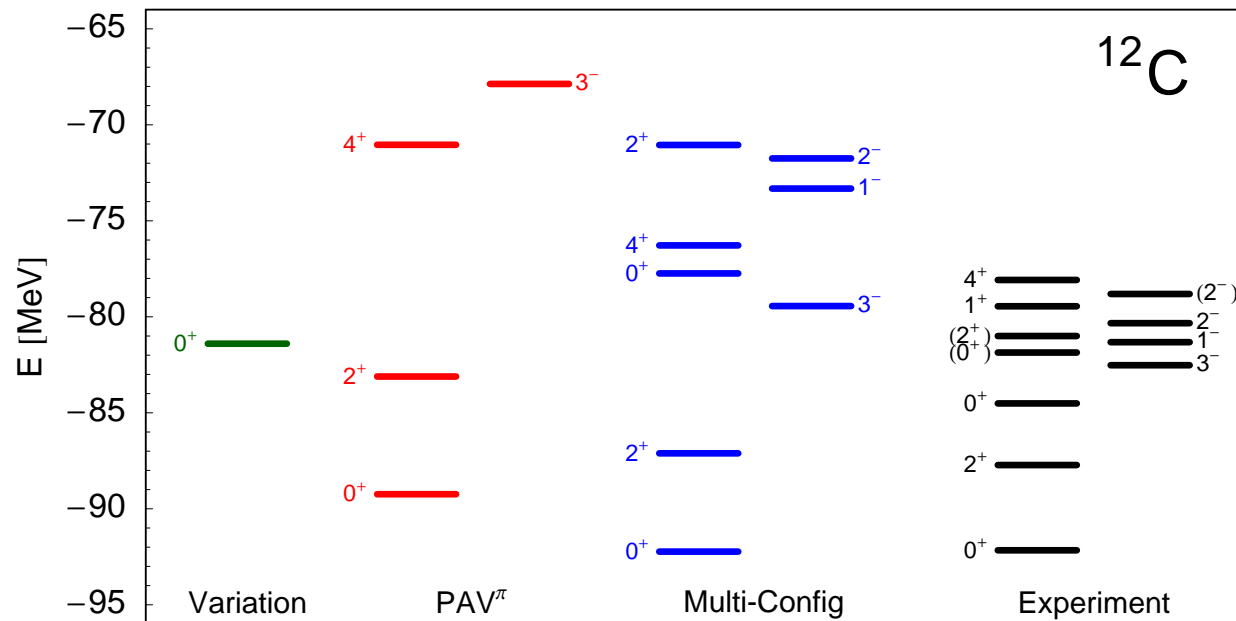
Multikonfig.

Mischung intrinsischer Konfigurationen
(GCM)

Intrinsische Einteilchendichten

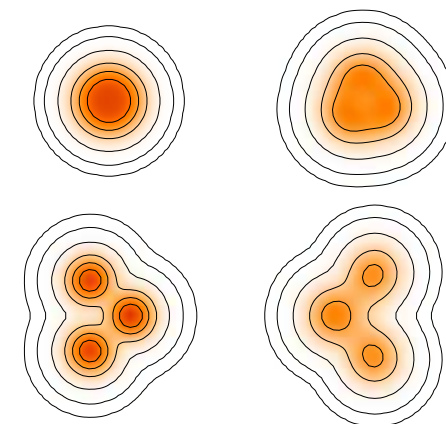


Struktur von ^{12}C

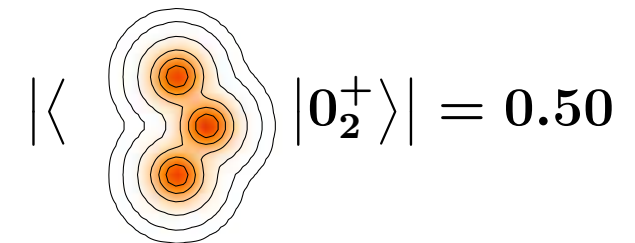
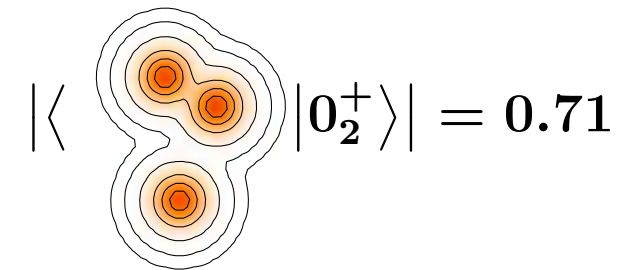
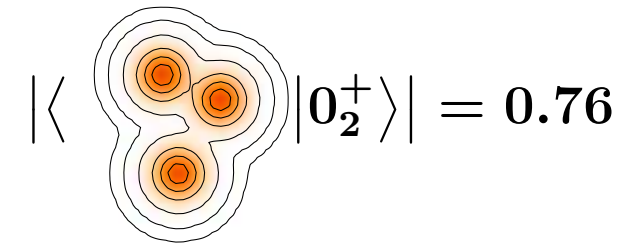
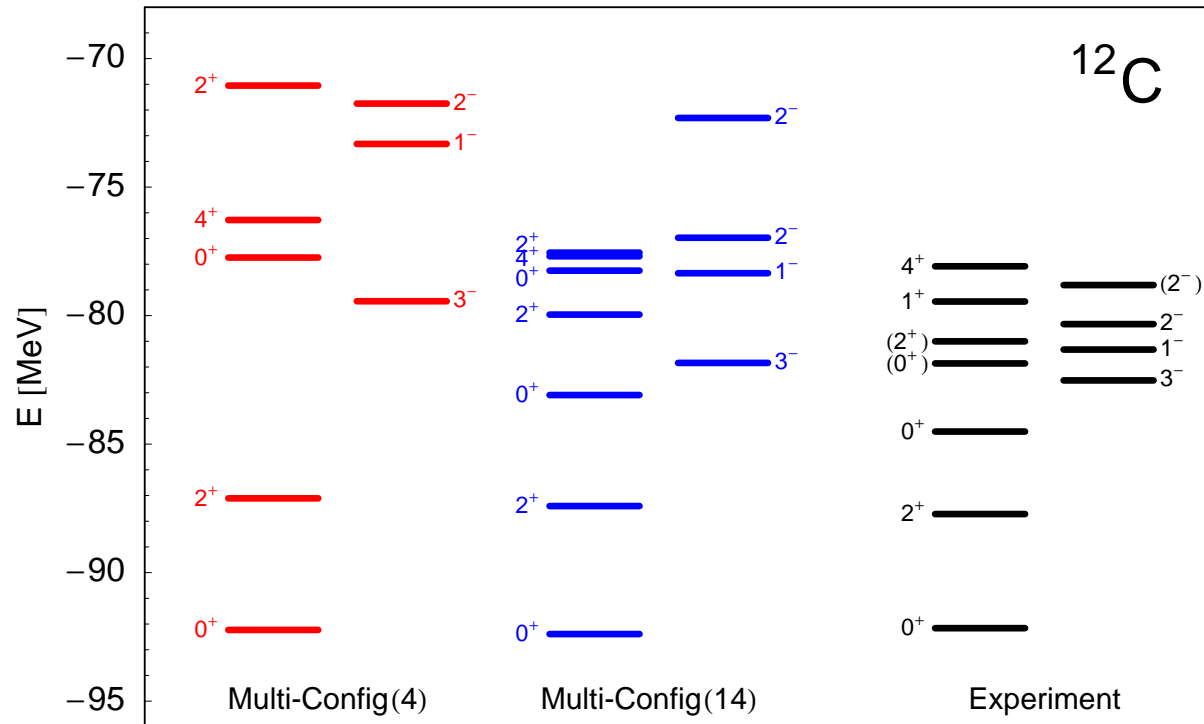


	E [MeV]	R_{ch} [fm]	$B(E2)$ [$e^2 \text{fm}^4$]
V/PAV	81.4	2.36	-
VAP α -cluster	79.1	2.70	76.9
PAV^π	88.5	2.51	36.3
VAP	89.2	2.42	26.8
Multi-Config	92.2	2.52	42.8
Experiment	92.2	2.47	39.7 ± 3.3

Multi-Config

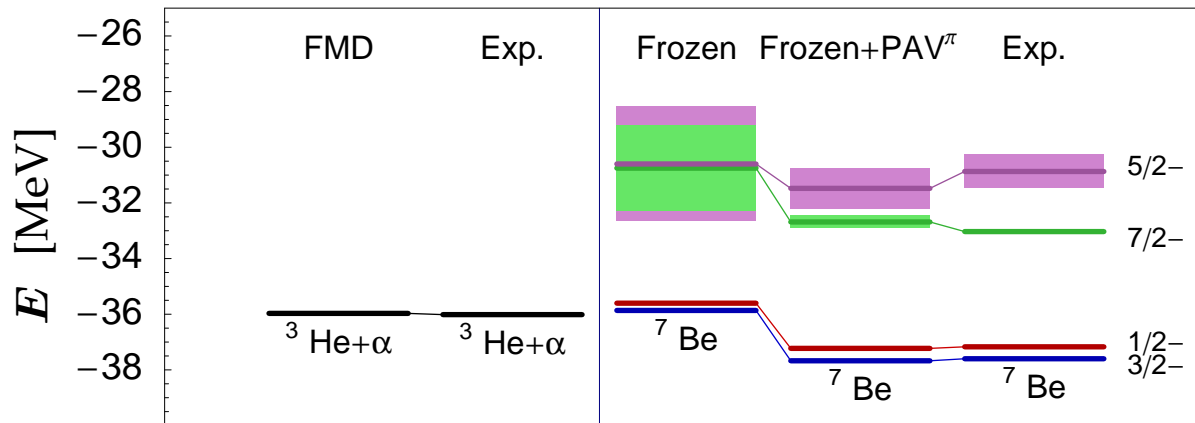


Struktur von ^{12}C — Hoyle-Zustand

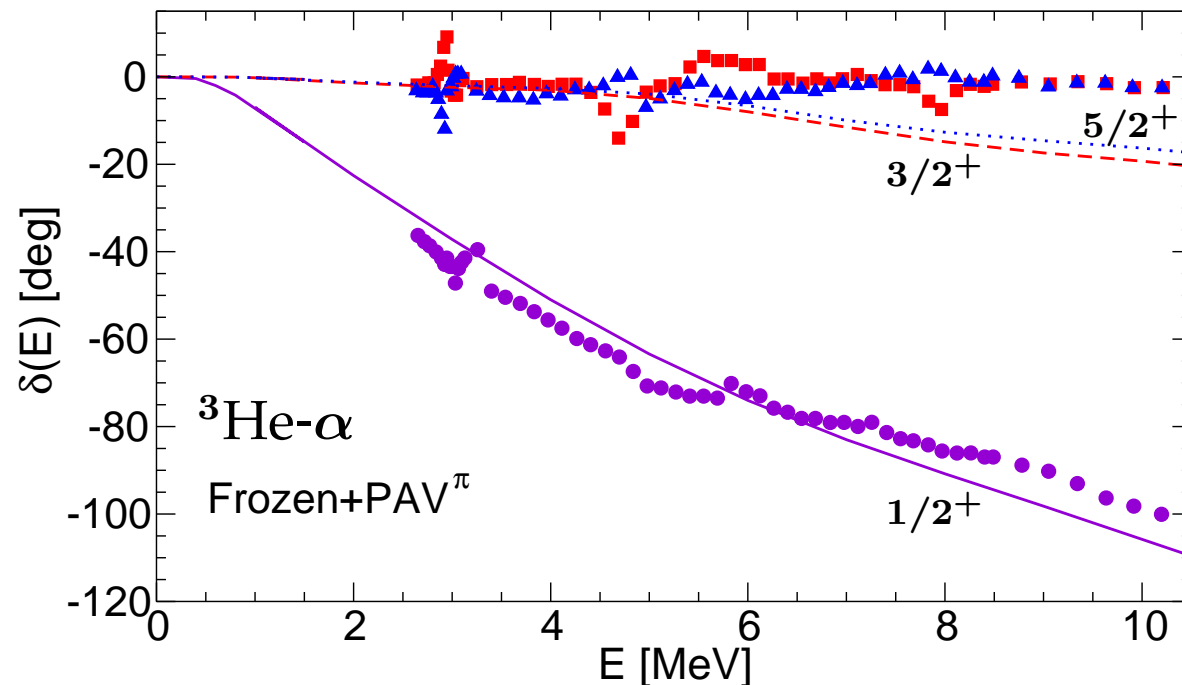


	Multi-Config	Experiment
E [MeV]	92.4	92.2
R_{ch} [fm]	2.52	2.47
$B(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ [$e^2 \text{fm}^4$]	42.9	39.7 ± 3.3
$M(E0, 0_1^+ \rightarrow 0_2^+)$ [fm^2]	5.67	5.5 ± 0.2

Ausblick: Resonanzen & Streuung in FMD



- kollektive Koordinatendarstellung als Werkzeug zur Beschreibung von Kontinuumszuständen in der FMD



erste Schritte in Richtung einer konsistenten Beschreibung von **Struktur und Reaktionen**

■ **Moderne Effektive Wechselwirkungen**

- streuphasenerhaltende Anpassung realistischer NN-Potentiale an einfache Vielteilchenräume

■ **Unitary Correlation Operator Method (UCOM)**

- explizite Beschreibung kurzreichw. Zentral- und Tensorkorrelationen
- universelle streuphasenäquiv. korrelierte Wechselwirkung V_{UCOM}

■ **Innovative Vielteilchenmethoden**

- No-Core Schalenmodell
- Hartree-Fock, MBPT, SM/CI, CC, RPA, ERPA, SRPA,...
- Fermionische Molekulardynamik

■ thanks to my group and my collaborators

- P. Hedfeld, H. Hergert, N. Paar, P. Papakonstantinou, A. Zapp
Institut für Kernphysik, TU Darmstadt
- T. Neff
NSCL, Michigan State University
- H. Feldmeier
Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI)



supported by the DFG through SFB 634
“Nuclear Structure, Nuclear Astrophysics and
Fundamental Experiments...”