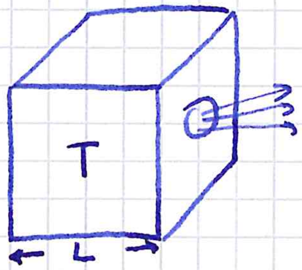
1. Schlüsselexperimente der QM

a) Hohlraumstrahlung

Hohlraum bei Temperatur T



Energiedichte (der el.-magn. Hohlraumstrahlung) im Frequenzbereich $\nu \dots \nu + d\nu$

$$= u(\nu, T)\, d\nu$$

Werden sehen, dass Energie nicht kontinuierliche Werte annimmt, sondern in Quanten vorkommt.

klassische, statistische Mechanik

$$u(\nu,T)\,d\nu = 2 \cdot \frac{1}{L^3} \cdot \frac{d^3k}{(2\pi/L)^3} \cdot \left(\langle T \rangle + \langle V \rangle \right)$$

Polarisationsmöglichkeiten des transversalen el.-magn. Feldes

Zahl der Moden: $\vec{k} = \frac{2\pi}{L} \vec{n}$, $d^3n = \frac{d^3k}{(2\pi/L)^3}$

mittlere Energie $\langle T \rangle = \langle V \rangle = \frac{1}{2} k_B T$

mit $k = \frac{\omega}{c}$, $\omega = 2\pi\nu$ $\Rightarrow$ $d^3k = 4\pi k^2 dk = 4\pi \left(\frac{2\pi}{c}\right)^3 \nu^2 d\nu$

$$\Rightarrow u(\nu,T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T \quad \rightarrow \text{Rayleigh-Jeans Gesetz}$$

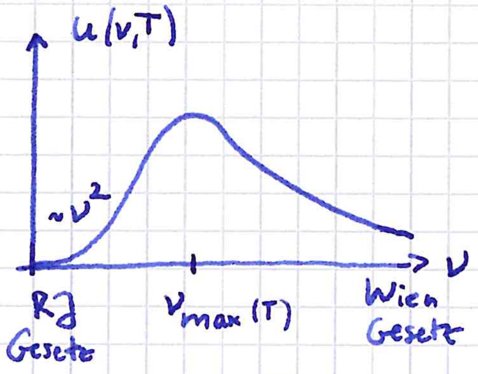
gut erfüllt für $\nu \ll \frac{k_B T}{h}$

h = Plancksche Konstante

Aber RJ Gesetz kann nicht für beliebig hohe ν gelten,

da sonst Gesamt Edichte $\int_0^\infty u(\nu,T)\,d\nu \rightarrow \infty$!

Experiment: $u(\nu,T)$ fällt ab für $\nu > \nu_{max}(T)$



Empirisch: Wien Gesetz $u(\nu,T) = c_1 \nu^3 e^{-\frac{c_2 \nu}{k_B T}}$ c_1, c_2 konst.

für $\nu \gg \frac{k_B T}{h}$

<u>Plancksche Strahlungsformel</u> interpoliert zwischen RJ und W

$$u(\nu,T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

Plancksche Entdeckung:

ein Schwingungsmode in $\nu \ldots \nu + d\nu$ kann nur ganzzahlige Vielfache der Energie $h\nu$ haben $E_n = n h\nu$

$n = 0, 1, 2, \ldots$

und Energien sind nach Boltzmann verteilt:

Wahrscheinlichkeit, dass Mode n-fach besetzt $p_n = e^{-\frac{n h\nu}{k_B T}}$

$\Rightarrow$ mittlere Energie der Mode ν $\bar{E}_\nu$ (ersetzt $\langle T \rangle + \langle V \rangle$)

$$\bar{E}_\nu = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n h\nu \, p_n}{\sum_{n=0}^{\infty} p_n} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

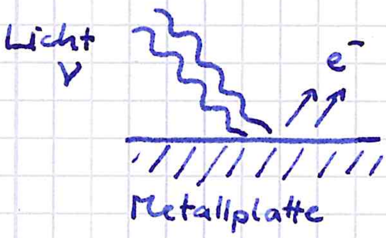
$$\Rightarrow u(\nu,T) = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \bar{E}_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

$\rightarrow$ <u>Energie kommt in Quanten vor!</u>

b) Photoeffekt

Hertz 1887 entdeckt,

theoretische Erklärung durch Einstein 1905, Nobelpreis 1921



Stärke des e^- Stromes $\sim$ Lichtintensität (für ν konst.)

Geschwindigkeit / kin. Energie der e^- unabhängig von Lichtintensität

Experiment: $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W_s$ W_s = Austrittsarbeit

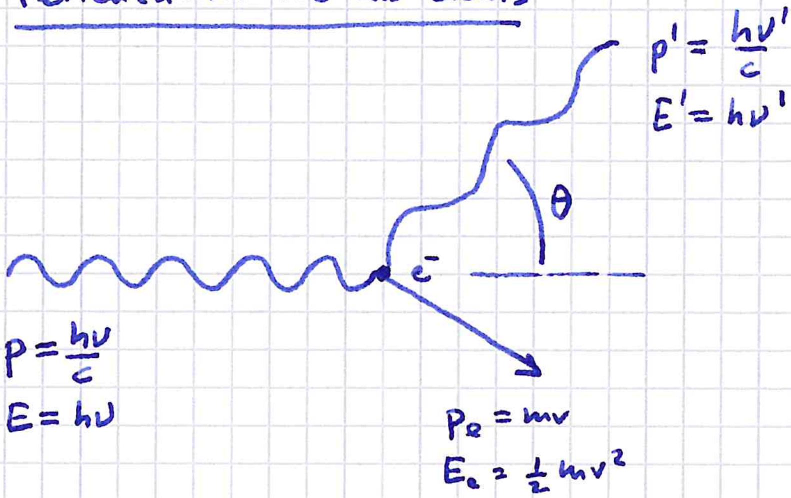
gleiche Plancksche Konstante

Einsteins Erklärung: el.-magn. Wellen bestehen aus Lichtquanten (Photonen) der Energie $h\nu$

bestätigt durch genaue Messungen von Millikan

c) Comptoneffekt

Streuung von Licht an Elektronen zeigt Teilchencharakter des Lichts



mit $\nu' < \nu$

$(\lambda' > \lambda)$

klassisch $\nu = \nu'$

elastische Streuung von Photonen mit $p, E \rightarrow p', E'$

Energieerhaltung $\frac{1}{2} m v^2 = h\nu - h\nu'$

Impulserhaltung $(mv)^2 = (\vec{p} - \vec{p}\,')^2$

$$= \frac{h^2}{c^2}\left(\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos\theta\right)$$

$$\Rightarrow \quad 2m\left(h\nu - h\nu'\right) = \frac{h^2}{c^2}\left(\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos\theta\right)$$

mit $\nu^2 \approx \nu'^2 \approx \nu\nu'$ und $\cdot \frac{1}{\nu\nu'}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{h}{mc^2}\left(1 - \cos\theta\right)$$

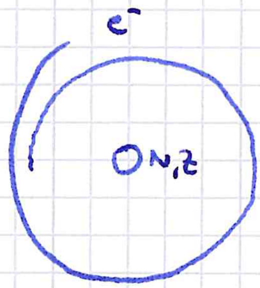
d) Spektrallinien

Atome emittieren diskretes Linienspektrum

klassisch unerklärbar:

beschleunigt bewegte e^- strahlen el.-magn. Wellen ab

e^- verlieren kontinuierlich Energie



→ Umlaufbahn mit kleiner werdendem Radius

3. Keplersches Gesetz $\frac{t^2}{R^3} = \text{const.}$

→ Umlauffrequenz / Strahlungsfrequenz ändert sich kontinuierlich

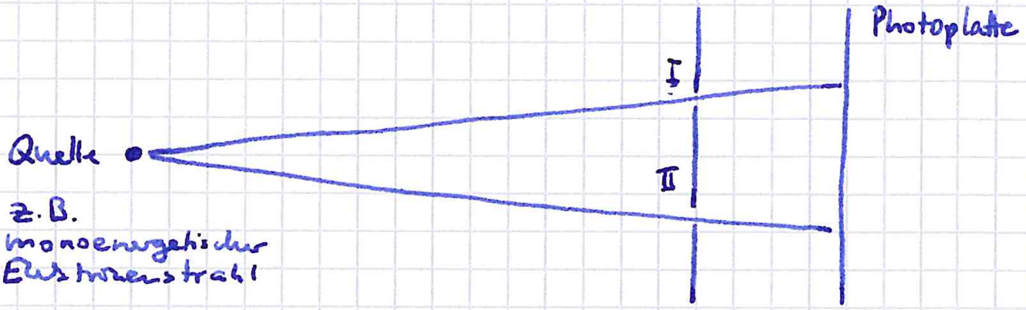
widerspricht diskretem Linienspektrum $h\nu = E_i - E_j$

von Übergängen zwischen e^- Zuständen mit Energien $E_i \rightarrow E_j$

e) Doppelspaltexperiment

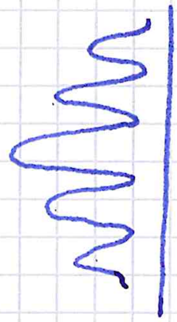
Teilchen haben Wellencharakter

(bisher: Wellen/Licht haben Teilchencharakter)



klassisch

Experiment: Interferenzen wie mit Licht



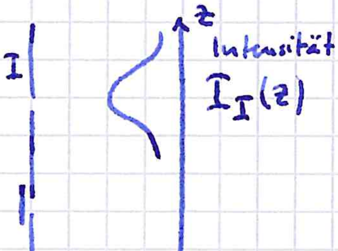
Elektronen schwärzen immer nur einen Punkt auf Photoplatte

Interferenz entsteht, nachdem viele e^- von Quelle auf Schirm

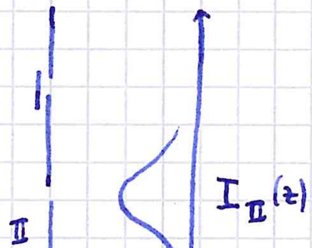
Punktteilchen → Bahnvorstellung

Bahn kann durch Spalt I oder II führen

Spalt II geschlossen



Spalt I geschlossen



aber Quantenmechanisch $I(z) \neq I_I(z) + I_{II}(z)$

→ <u>Aufgabe der klassischen Bahnvorstellung</u>

(Bahn lässt sich für mikroskopische Teilchen sowieso nicht verfolgen)

sondern <u>Wahrscheinlichkeit</u> e^- bei z zu finden

Wahrscheinlichkeit $I(z) = |\Psi(z)|^2$

$\uparrow$ allg. komplexe <u>Wahrscheinlichkeitsamplitude</u>

d.h. $I_I(z) = |\Psi_I(z)|^2$, $I_{II}(z) = |\Psi_{II}(z)|^2$

und $I(z) = |\Psi_I(z) + \Psi_{II}(z)|^2$ Wsamplituden werden addiert!

$$= (\Psi_I + \Psi_{II})^* (\Psi_I + \Psi_{II})$$

$$= I_I(z) + I_{II}(z) + \underbrace{2\,\mathrm{Re}(\Psi_I(z)^* \Psi_{II}(z))}_{\text{Interferenz!}}$$

$\Rightarrow$ <u>Wellenfunktion</u> $\Psi(\vec{r},t)$

mit physikalischer Bedeutung

$\underbrace{|\Psi(\vec{r},t)|^2}_{\text{Wsdichte}} d^3r$ = Wahrscheinlichkeit, Teilchen zur Zeit t in d^3r um $\vec{r}$ zu finden

Normierung $\int d^3r\, |\Psi(\vec{r},t)|^2 = 1$

(Übungsblatt $\frac{d}{dt} \int d^3r\, |\Psi(\vec{r},t)|^2 = 0$ bleibt erhalten)

Zusammenfassung bisher

- Quantisierung der Energie
- Teilchencharakter des el.-magn. Feldes / des Lichts
- Wellencharakter von Teilchen
- Aufgabe der klassischen Bahnvorstellung

$\Rightarrow$ Quantenmechanik