Wirkungsquerschnitte

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- differenzieller Wirkungsquerschnitt:

$$d\sigma(A + B \to 1 + 2 + \dots n) =$$

$$\frac{1}{4E_A E_B|\vec{v}_A - \vec{v}_B|} \underbrace{\left(\prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f}\right) (2\pi)^4 \delta^4\left(p_A + p_B - \sum_f p_f\right)}_{\text{Lorentz-invariantes Phasenraum-Element}} \underbrace{\left|\mathcal{M}(p_A, p_B \to \{p_f\})\right|^2}_{\text{„Physik"}}$$

  - $|\vec{v}_A - \vec{v}_B|$: Relativgeschwindigkeit der einlaufenden Teilchen

- Spezialfall: $A + B \to 1 + 2$ im Schwerpunktsystem

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CMS} = \frac{1}{4E_A E_B|\vec{v}_A - \vec{v}_B|} \frac{|\vec{p}_1|}{16\pi^2 E_{CM}} \left|\mathcal{M}(p_A, p_B \to p_1, p_2)\right|^2$$

- zusätzliche Annahme: $m_A = m_B = m_1 = m_2$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CMS, m_A = m_B = m_1 = m_2} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{64\pi^2 E_{CM}^2}$$

Berechnung von S-Matrixelementen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- S-Matrix: $\,_{\text{out}}\langle \vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n | \vec{k}_A \vec{k}_B \rangle_{\text{in}} \equiv \langle \vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n | S | \vec{k}_A \vec{k}_B \rangle$
  - $|\vec{k}_A \vec{k}_B\rangle_{\text{in}}$: Eigenzustand von $\hat{P}(t \to -\infty)$
  - $|\vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n\rangle_{\text{out}}$: Eigenzustand von $\hat{P}(t \to +\infty)$
  - $|\vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n\rangle$, $|\vec{k}_A \vec{k}_B\rangle$: Eigenzustände von $\hat{P}(t_0)$
- Zeitentwicklung der Operatoren: $\hat{P}(t_0) = e^{iH(t_0 - t)} \hat{P}(t) e^{-iH(t_0 - t)}$

$$\rightarrow \quad |\vec{k}_A \vec{k}_B\rangle_{\text{in}} = \lim_{\tau \to \infty} e^{-iH(t_0 + \tau)} |\vec{k}_A \vec{k}_B\rangle \, e^{i\varphi_{in}}$$

$$|\vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n\rangle_{\text{out}} = \lim_{\tau \to \infty} e^{-iH(t_0 - \tau)} |\vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n\rangle \, e^{i\varphi_{out}}$$

$$\Rightarrow \quad \langle \vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n | S | \vec{k}_A \vec{k}_B \rangle = \lim_{\tau \to \infty} \langle \vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n | e^{-2iH\tau} | \vec{k}_A \vec{k}_B \rangle \, e^{i(\varphi_{in} - \varphi_{out})}$$

- wähle (ansonsten irrelvante) Phasen so, dass $S = \mathbb{1}$, falls $H_{WW} = 0$

Berechnung von S-Matrixelementen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Problem:

  Selbst asymptotisch weit von einander entfernte Teilchen unterliegen in der QFT noch Selbstwechselwirkungen.

$\Rightarrow$ Zusammenhang zwischen $|\vec{k}_A\vec{k}_B\rangle$ (= Eigenzustand von H) und $|\vec{k}_A\vec{k}_B\rangle_0 = \sqrt{2E_A 2E_B}\, a_A^\dagger a_B^\dagger|0\rangle$ (= Eigenzustand von H_0) unbekannt.

- Vakuum: $|\Omega\rangle \propto \lim\limits_{\tau\to(1-i\varepsilon)\infty} e^{-iH\tau}|0\rangle$
- Annahme: Ähnliches gilt für die asymptotischen n-Teilchen-Zustände

$$\to \quad \langle\vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n|iT|\vec{k}_A\vec{k}_B\rangle = \lim_{\tau\to(1-i\varepsilon)\infty}\left({}_0\langle\vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n|T\left\{\exp\left(-i\int_{-\tau}^{\tau} dt\, H_I(t)\right)\right\}|\vec{k}_A\vec{k}_B\rangle_0\right)_{\substack{\text{verbunden,}\\ \text{amputiert}}}$$

  - verbunden: alle Linien mit einander verbunden
  - amputiert: Entferne die äußeren Diagrammteile, die durch einen einzigen Schnitt vom restlichen Diagramm getrennt werden können.