Feynman-Diagramme (Fortsetzung)

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Feynman-Diagramme (Fortsetzung)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- komplexe Zeitintegration $\leftrightarrow$ komplexe Energieintegration

$$\lim_{\tau\to(1-\varepsilon)\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz^0 \quad \leftrightarrow \quad \lim_{\tau\to(1+\varepsilon)\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dp^0$$

  - kompatibel mit der Feynman-Randbedingung

$$\frac{i}{p^2-m^2+i\epsilon} = \frac{1}{2E_p}\left(\frac{i}{p^0-E_p+i\epsilon} + \frac{i}{p^0+E_p-i\epsilon}\right)$$

Feynman-Diagramme (Fortsetzung)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- komplexe Zeitintegration $\leftrightarrow$ komplexe Energieintegration

$$\lim_{\tau \to (1-\varepsilon)\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz^0 \quad \leftrightarrow \quad \lim_{\tau \to (1+\varepsilon)\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dp^0$$

  - kompatibel mit der Feynman-Randbedingung

$$\frac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon} = \frac{1}{2E_p} \left(\frac{i}{p^0 - E_p + i\epsilon} + \frac{i}{p^0 + E_p - i\epsilon} \right)$$

- unverbundene Diagrammteile:
  - $\langle \Omega | T\{\phi(x)\phi(y)\} | \Omega \rangle = \lim_{\tau \to (1-i\varepsilon)\infty} \dfrac{\langle 0 | T\{\phi_I(x)\phi_I(y)\ \exp\left(-i \int_{-\tau}^{\tau} dt\, H_I(t)\right)\} | 0 \rangle}{\langle 0 | T\{\exp\left(-i \int_{-\tau}^{\tau} dt\, H_I(t)\right)\} | 0 \rangle}$
  - Vakuumblasen (= Nenner)
    kürzen sich mit den unverbundenen Anteilen des Zählers heraus.

$\rightarrow$ $\langle \Omega | T\{\phi(x_1) \ldots \phi(x_n)\} | \Omega \rangle =$

$\sum$ verbundene Feynman-Diagramme mit externen Punkten $x_1, \ldots, x_n$

Wirkungsquerschnitte

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- differenzieller Wirkungsquerschnitt: $d\sigma = \int d^2 b\, dP$
  - Stoßparameter: b
  - differenzielle Übergangswahrscheinlichkeit:

$$dP = \prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \left| {}_{\text{out}}\langle \vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n | \phi_A \phi_B \rangle_{\text{in}} \right|^2 \qquad (\text{für } A + B \to 1 + 2 + \ldots n)$$

- ein- und auslaufende Teilchen: räumlich lokalisierte Wellenpakete

$\Rightarrow$ zur Zeit $t \to \pm\infty$ unabhängige Einteilchen-Zustände

- Einteilchenzustände: $|\phi_i\rangle = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \, , \frac{1}{\sqrt{2E_k}} \phi_i(\vec{k}) |\vec{k}\rangle$, $\quad \langle \phi_i | \phi_i \rangle = 1$
- „in"-Zustände (zur Zeit $t \to -\infty$ präpariert):

$$|\phi_A \phi_B\rangle_{\text{in}} = \int \frac{d^3 k_A}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_B}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_A 2E_B}} \phi_A(\vec{k}_A) \phi_B(\vec{k}_B)\, e^{-i\vec{b}\cdot\vec{k}_B} |\vec{k}_A \vec{k}_B\rangle_{\text{in}}$$

- „out"-Zustände (zur Zeit $t \to +\infty$ gemessen):

$$|\phi_1 \ldots \phi_n\rangle_{\text{out}} = \frac{1}{\sqrt{2E_1 \ldots 2E_n}} |\vec{p}_1 \ldots \vec{p}_n\rangle_{\text{out}} \qquad (\text{hier: scharfe Impulszustände})$$

Wirkungsquerschnitte

- alles einsetzen:

$$d\sigma = \int d^2b \left(\prod_f \frac{d^3p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) \left(\prod_{i=A,B} \int \frac{d^3k_i}{(2\pi)^3} \frac{\phi_i(\vec{k}_i)}{\sqrt{2E_i}} \int \frac{d^3k_i'}{(2\pi)^3} \frac{\phi_i^*(\vec{k}_i')}{\sqrt{2E_i'}} \right) e^{i\vec{b}\cdot(\vec{k}_B' - \vec{k}_B)}$$

$$\times \; {}_{\text{out}}\langle \vec{p}_1 \dots \vec{p}_n | \vec{k}_A \vec{k}_B \rangle_{\text{in}} \left({}_{\text{out}}\langle \vec{p}_1 \dots \vec{p}_n | \vec{k}_A' \vec{k}_B' \rangle_{\text{in}} \right)^*$$

- S-Matrix: ${}_{\text{out}}\langle \vec{p}_1 \dots \vec{p}_n | \vec{k}_A \vec{k}_B \rangle_{\text{in}} \equiv \langle \vec{p}_1 \dots \vec{p}_n | S | \vec{k}_A \vec{k}_B \rangle$
  - $|\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n\rangle$, $|\vec{k}_A \vec{k}_B\rangle$: Impulszustände zu einer gemeinsamen Referenz-Zeit
  - $S = \mathbb{1}$, falls $H_{WW} = 0$

- T-Matrix: $S = \mathbb{1} + iT$
  - globale Viererimpulserhaltung:

    $$\langle \vec{p}_1 \dots \vec{p}_n | iT | \vec{k}_A \vec{k}_B \rangle = (2\pi)^4 \delta^4(k_A + k_B - \sum_f p_f) \, i\mathcal{M}(k_A, k_B \to p_1, \dots, p_n)$$

  - $\mathcal{M}$: „invariantes Matrixelement