Zeitentwicklung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Zusammenhang Wechselwirkungsbild – Heisenberg-Bild:

  $\phi(t, \vec{x}) = U^\dagger(t, t_0)\phi_I(, \vec{x})U(t, t_0)$

- Zeitentwicklungsoperator:

$$U(t, t') = e^{iH_0(t-t_0)} e^{-iH(t-t')} e^{-iH_0(t'-t_0)}$$
$$= T\left\{\exp\left(-i\int_{t'}^{t} dt''\, H_I(t'')\right)\right\}, \quad t \geq t'$$

  - $U(t_1, t_2)U(t_2, t_3) = U(t_1, t_3)\,, \qquad t_1 \geq t_2 \geq t_3$
  - $U(t_1, t_3)U^\dagger(t_2, t_3) = U(t_1, t_2)\,,$ ”

Grundzustand

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Energiezustände und -eigenwerte:

$$H|n\rangle = E_n|n\rangle, \quad H|\Omega\rangle = E_0|\Omega\rangle, \qquad H_0|0\rangle = 0$$

- Annahme: kleine Störung $\Rightarrow \langle 0|\Omega\rangle \neq 0$

$$\Rightarrow \; e^{-iH\tau}|0\rangle = e^{-iE_0\tau}|\Omega\rangle\langle\Omega|0\rangle + \sum_{n\neq 0} e^{-iE_n\tau}|n\rangle\langle n|0\rangle$$

- Trick: Betrachte $\tau \to (1-i\varepsilon)\infty = \lim_{\varepsilon\to 0}\lim_{T\to\infty}(1-i\varepsilon)T$

  $\to$ unterdrückt die angeregten Zustände relativ zum Grundzustand

- Ergebnis: $|\Omega\rangle = \lim_{\tau\to(1-i\varepsilon)\infty}(e^{-iE_0(\tau+t_0)}\langle\Omega|0\rangle)^{-1}U(t_0,-\tau)|0\rangle$

- Normierung: $1 = \langle\Omega|\Omega\rangle = \lim_{\tau\to(1-i\varepsilon)\infty}(e^{-2iE_0\tau}|\langle\Omega|0\rangle|^2)^{-1}\langle 0|U(\tau,-\tau)|0\rangle$

Korrelationsfunktion

- Gesamtergebnis:

$$\langle \Omega | T\{\phi(x)\phi(y)\}|\Omega\rangle = \lim_{\tau \to (1-i\varepsilon)\infty} \frac{\langle 0|T\{\phi_I(x)\phi_I(y)\ \exp\left(-i\int_{-\tau}^{\tau} dt\, H_I(t)\right)\}|0\rangle}{\langle 0|T\{\exp\left(-i\int_{-\tau}^{\tau} dt\, H_I(t)\right)\}|0\rangle}$$

  - gilt analog für höhere *n*-Punkt-Korrelationsfunktionen
  - exaktes Ergebnis, Ausgangspunkt für Störungsrechnung