Klein-Gordon-Feld im Heisenberg-Bild

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Klein-Gordon-Feld im Heisenberg-Bild

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Heisenberg-Bild: zeitabhängige Operatoren $\Rightarrow$ zeitabhängige Felder
  - $\phi(x) = \phi(t, \vec{x}) = e^{iHt}\phi(\vec{x})e^{-iHt}$, $\phi(\vec{x}) \equiv \phi_S(\vec{x})$
  - $\pi(x) = \pi(t, \vec{x}) = e^{iHt}\pi(\vec{x})e^{-iHt}$
- Heisenberg'sche Bewegungsgleichungen: $i\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{O} = [\mathcal{O}, H]$, $\mathcal{O} = \phi(x), \pi(x)$

$\Rightarrow$ $\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2 + m^2\right)\phi(x) = 0$ (Klein-Gordon-Gleichung)

Klein-Gordon-Feld im Heisenberg-Bild

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Heisenberg-Bild: zeitabhängige Operatoren $\Rightarrow$ zeitabhängige Felder
  - $\phi(x) = \phi(t, \vec{x}) = e^{iHt}\phi(\vec{x})e^{-iHt}$, $\quad \phi(\vec{x}) \equiv \phi_S(\vec{x})$
  - $\pi(x) = \pi(t, \vec{x}) = e^{iHt}\pi(\vec{x})e^{-iHt}$
- Heisenberg'sche Bewegungsgleichungen: $\quad i\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{O} = [\mathcal{O}, H], \quad \mathcal{O} = \phi(x), \pi(x)$

  $\Rightarrow \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2 + m^2\right)\phi(x) = 0 \quad$ (Klein-Gordon-Gleichung)
- Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren:

  $e^{iHt}\, a_{\vec{p}}\, e^{-iHt} = a_{\vec{p}}\, e^{-iE_{\vec{p}}t}\,, \quad e^{iHt}\, a^\dagger_{\vec{p}}\, e^{-iHt} = a^\dagger_{\vec{p}}\, e^{iE_{\vec{p}}t}$

  $\Rightarrow \quad \phi(x) = \int\frac{d^3p}{(2\pi)^3)}\,\frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}}\left(a_{\vec{p}}\, e^{-ip\cdot x} + a^\dagger_{\vec{p}}\, e^{ip\cdot x}\right)\Big|_{p_0=E_{\vec{p}}}$
  - Teilchen-Bild: Linearkombination von Erzeugern und Vernichtern
  - Wellen-Bild: Linearkombination von ebenen Wellen

Kausalität

Kausalität

- Amplitude, ein Teilchen, das bei y erzeugt wurde, bei x zu messen:

  $$D(x-y) = \langle 0|\phi(x)\phi(y)|0\rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3)}\, \frac{1}{E_{\vec{p}}}\, e^{-ip\cdot(x-y)}$$

  - Lorentz-invariant
  - $\neq 0$ für beliebige zeit- und raumartige Abstandsquadrate $(x-y)^2$

Kausalität

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Amplitude, ein Teilchen, das bei y erzeugt wurde, bei x zu messen:

  $D(x-y) = \langle 0|\phi(x)\phi(y)|0\rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3)} \frac{1}{E_{\vec{p}}} e^{-ip\cdot(x-y)}$

  - Lorentz-invariant
  - $\neq 0$ für beliebige zeit- und raumartige Abstandsquadrate $(x-y)^2$

- Kausalität:

  Eine Messung am Raumzeitpunkt x darf eine Messung am Raumzeitpunkt y nicht beeinflussen, wenn die Separation raumartig ist.

Kausalität

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Amplitude, ein Teilchen, das bei y erzeugt wurde, bei x zu messen:

  $D(x-y) = \langle 0|\phi(x)\phi(y)|0\rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3)} \frac{1}{E_{\vec{p}}} e^{-ip\cdot(x-y)}$

  - Lorentz-invariant
  - $\neq 0$ für beliebige zeit- und raumartige Abstandsquadrate $(x-y)^2$
- Kausalität:

  Eine Messung am Raumzeitpunkt x darf eine Messung am Raumzeitpunkt y nicht beeinflussen, wenn die Separation raumartig ist.
- QM: Observable können simultan scharf gemessen werden, wenn die zugehörigen Operatoren vertauschen.

→ QFT $[\phi(x), \phi(y)] \stackrel{!}{=} 0$ für raumartige $(x-y)$ (Mikrokausaliät)

Kausalität

- Amplitude, ein Teilchen, das bei y erzeugt wurde, bei x zu messen:

  $D(x-y) = \langle 0|\phi(x)\phi(y)|0\rangle = \int\frac{d^3p}{(2\pi)^3)}\,\frac{1}{E_{\vec{p}}}\,e^{-ip\cdot(x-y)}$

  - Lorentz-invariant
  - $\neq 0$ für beliebige zeit- und raumartige Abstandsquadrate $(x-y)^2$

- Kausalität:

  Eine Messung am Raumzeitpunkt x darf eine Messung am Raumzeitpunkt y nicht beeinflussen, wenn die Separation raumartig ist.

- QM: Observable können simultan scharf gemessen werden, wenn die zugehörigen Operatoren vertauschen.

$\rightarrow$ QFT $\quad [\phi(x),\phi(y)] \stackrel{!}{=} 0$ $\quad$ für raumartige $(x-y)$ $\quad$ (Mikrokausaliät)

- explizite Rechnung: $\quad [\phi(x),\phi(y)] = D(x-y) - D(y-x)$

  Lorentz-Invarianz: $\quad D(x-y) = D(y-x)$ für raumartige $x-y$ $\quad\checkmark$