Einführung in die Quantenfeldtheorie

Priv.-Doz. Dr. M. Buballa
D. Nitt und M. J. Steil

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2019
7. Übungsblatt 19. Juli 2019

Aufgabe 24:

Bei QED-Prozessen, bei denen ein oder mehrere Photonen ein- oder auslaufen, kann man das invariant Matrixelement $\mathcal{M}$ als Produkt aus einer Amplitude $\mathcal{M}^{\mu_1 \cdots \mu_n}$ und den Polarisationsvektoren ϵ_{μ_i} bzw $\epsilon^*_{\mu_i}$ der ein- bzw. auslaufenden Photonen schreiben. Als Folge der Stromerhaltung gelten die sogenannten Ward-Identitäten

$$k_{1_{\mu_1}} \mathcal{M}^{\mu_1 \cdots \mu_n} = \ldots = k_{n_{\mu_n}} \mathcal{M}^{\mu_1 \cdots \mu_n} = 0, \tag{24.1}$$

wobei k_i der Viererimpuls des i-ten Photons ist. Falls mehrere Diagramme beitragen, kann es sein, dass einzelne Diagramme diese Relation nicht erfüllen. Es ist daher stets die Summe aus allen beitragenden Diagrammen zu betrachten.

Betrachten Sie nun den Fall der Compton-Streuung. Finden Sie alle beitragenden Diagramme in führender Ordnung und zeigen Sie, dass die Ward-Identitäten erfüllt sind.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass $(\not{p} - m)^{-1} = \frac{\not{p}+m}{p^2-m^2}$ gilt und verwenden Sie diese Relation für den Fermion-Propagator. Verwenden Sie außerdem die Dirac-Gleichung im Impulsraum.

Aufgabe 25:

Betrachten Sie die Elektron-Myon-Streuung in führender Ordnung Störungstheorie der QED.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Feynman-Regeln das Matrixelement $\mathcal{M}(e^-\mu^- \to e^-\mu^-)$.

b) Bestimmen Sie daraus die quadrierte unpolarisierte Amplitude $|\mathcal{M}|^2_{\text{unpol}}$. Diese sollte dem in der Vorlesung angegeben Ergebnis für den Prozess $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ mit den Ersetzungen (Bezeichnungen der Impulse wie im Vorlesungsmanuskript S. VI-1)

$$p \to p_1, \quad p' \to -p'_1, \quad k \to p'_2, \quad k' \to -p_2$$

entsprechen („Crossing-Symmetrie").
Führen Sie nun die auftretenden Spuren aus. Dabei kann die Masse des Elektrons vernachlässigt werden.

c) Werten Sie $|\mathcal{M}|^2_{\text{unpol}}$ im Schwerpunktsystem aus und bestimmen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM} = \frac{1}{4E_e E_\mu |\vec{v}_e - \vec{v}_\mu|} \frac{|\vec{p}\,'|}{16\pi^2 E_{CM}} |\mathcal{M}|^2_{\text{unpol}}.$$