Einführung in die Quantenfeldtheorie

Priv.-Doz. Dr. M. Buballa
D. Nitt und M. J. Steil
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2019
6. Übungsblatt **5. Juli 2019**

Aufgabe 20:

Zeigen Sie, dass sich der Feynman-Propagator für das Klein-Gordon-Feld $D_F = \langle 0|\,\mathrm{T}\,\phi(x)\phi(y)|0\rangle$ in der Form

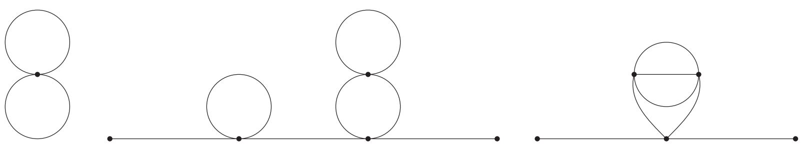
$$D_F(x-y) = \begin{cases} \left[\phi^{(+)}(x), \phi^{(-)}(y)\right] & \text{für } x^0 > y^0 \\ \left[\phi^{(+)}(y), \phi^{(-)}(x)\right] & \text{für } y^0 > x^0 \end{cases}$$

darstellen lässt, wenn man das Feld ϕ in Anteile postitiver und negativer Frequenz aufteilt, d.h. $\phi = \phi^{(+)} + \phi^{(-)}$ mit

$$\phi^{(+)}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi^3)} \frac{1}{\sqrt{2E_\mathbf{p}}}\, a_\mathbf{p}\, e^{-ip\cdot x} \quad \text{und} \quad \phi^{(-)}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi^3)} \frac{1}{\sqrt{2E_\mathbf{p}}}\, a_\mathbf{p}^\dagger\, e^{ip\cdot x}\ .$$

Aufgabe 21:

Bestimmen Sie die Symmetriefaktoren der folgenden Diagramme in ϕ^4-Theorie

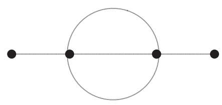


a) unter Verwendung der in der Vorlesung angegebenen Regeln und

b) explizit mit Hilfe der Multiplizität der Diagramme, d.h. der Anzahl der möglichen Kontraktionen.

Aufgabe 22:

Werten Sie das nebenstehende Diagramm in ϕ^4-Theorie aus, indem Sie die Feynman-Regeln



a) im Ortsraum und

b) im Impulsraum anwenden.

c) Zeigen Sie, dass beide Ausdrücke übereinstimmen.

Aufgabe 23:

Der auf beliebige Zeiten verallgemeinerte Zeitentwicklungsoperator

$$U(t,t') = \mathrm{T}\left\{\exp\left[-i\int_{t'}^{t} dt'' H_I(t'')\right]\right\} \quad (t \geq t')$$

erfüllt die Differentialgleichung

$$i\frac{\partial}{\partial t}U(t,t') = H_I(t)\, U(t,t') \ .$$

mit $U(t,t) = 1$.

a) Zeigen Sie, dass auch die Darstellung

$$U(t,t') = e^{iH_0(t-t_0)}e^{-iH(t-t')}e^{-iH_0(t'-t_0)}$$

diese Differentialgleichung mit $U(t,t) = 1$ erfüllt.

b) Zeigen Sie weiter, dass für $t_1 \geq t_2 \geq t_3$ die folgenden Identitäten gelten:

$$U(t_1,t_2)\, U(t_2,t_3) = U(t_1,t_3) \ ,$$
$$U(t_1,t_3)\left[U(t_2,t_3)\right]^{\dagger} = U(t_1,t_2) \ .$$