Divergenzgrade von Feynman-Diagrammen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Größen zur Charakterisierung von Feynman-Diagrammen in der QED:
  - N_e = # externe Fermion-Linien
  - N_γ = # externe Photon-Linien
  - P_e = # Fermion-Propagatoren
  - P_γ = # Photon-Propagatoren
  - V = # Vertizes
  - L = # Loops
- Impulsverhalten:
  - Fermion-Propagator $\sim \frac{1}{p}$
  - Photon-Propagator $\sim \frac{1}{p^2}$
  - Loops d^4p

$\Rightarrow$ oberflächlicher Divergenzgrad: $D = 4L - P_e - 2P_\gamma$

Divergenzgrade von Feynman-Diagrammen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- naive Erwartung:
  - $D > 0$: Diagramm divergiert $\sim \Lambda^D$
  - $D > 0$: Diagramm divergiert $\sim \ln D$
  - $D < 0$: Diagramm konvergiert
- Ausnahmen:
  - Tree-level-Diagramme ($L = 0$) sind immer endlich.
  - Divergenzen können sich auf Grund von Symmetrien wegheben.
  - Diagramme können stärker divergieren als erwartet, wenn sie divergente Subdiagarmme enthalten.
- Alternative Berechnung von D:
  - $L = P_e + P_\gamma - V + 1$
  - $V = 2P_\gamma + N_\gamma = \frac{1}{2}(2P_e + N_e)$

$$\Rightarrow \quad D = 4 - N_\gamma - \frac{3}{2}N_e$$

Divergenzgrade von Feynman-Diagrammen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

$\Rightarrow$ Nur Diagramme mit wenigen externen Linien sind oberflächlich divergent!

- oberflächlich divergente 1PI-Diagramme:

N_γ	N_e	D	Interpretation	tatsächliches Verhalten
0	0	4	Vakuum-Blase	kürzt sich heraus
1	0	3	Photon-Ein-Punkt-Funktion	$= 0$
2	0	2	Photon-Selbstenergie	$\sim \ln \Lambda$
3	0	1	Drei-Photon-Vertex	$= 0$
4	0	0	Vier-Photon-Vertex	endlich
0	2	1	Elektron-Selbstenergie	$\sim (a_0 m + a_1 \not{p}) \ln \Lambda$
1	2	0	Elektron-Photon-Vertex	$\sim \ln \Lambda$

Divergenzgrade von Feynman-Diagrammen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fazit:

- Es gibt nur drei primitiv divergente Amplituden der QED mit insgesamt vier logarithmisch divergenten Koeffizienten in Taylor-Enwicklungen.
- Dem stehen vier „Parameter” in der QED-Lagrange-Dichte gegenüber (m, e, zwei Wellenfunktionsrenormierungskonstanten) .

$\Rightarrow$ Die QED ist vollständig renormierbar!