Loop-Korrekturen in der QED

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- gedresster Photon-Propagator: $D_{\mu\nu}(q) = D^{(0)}_{\mu\nu}(q) + D^{(0)}_{\mu\lambda}(q)\Pi^{\lambda\sigma}(q)D_{\sigma\nu}(q)$
- Polarisations-Loop:
  - Lorentz-Tensor 2. Stufe: $\Pi^{\lambda\sigma} \propto g^{\lambda\sigma},\ q^\lambda q^\sigma$
  - Stromerhaltung (Ward-Identität): $q_\lambda \Pi^{\lambda\sigma} = q_\sigma \Pi^{\lambda\sigma} = 0$

  $\Rightarrow \quad \Pi^{\lambda\sigma} = e_0^2 J(q^2)\left(g^{\lambda\sigma} - \frac{q^\lambda q^\sigma}{q^2}\right)$
- Ergebnis der Iteration:

  $D_{\mu\nu}(q) = \frac{-g^{\mu\nu}}{q^2+e_0^2 J(q^2)+i\varepsilon}$ + Terme, die bei Ankopplung an erh. Ströme nicht beitragen
- weitere Auswertung:
  - $J(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad m_\gamma = 0$ keine Renormierung der Photon-Masse!
  - $J(q^2) = q^2 J'(0) + \tilde{J}(q^2)$, $J'(0)$ log. div., $\tilde{J}(q^2)$ endlich
  - renormiertes Feld: $A^\mu_R = Z_3^{\frac{1}{2}} A^\mu$, $Z_3 = 1 - e_0^2 J'(0) + \mathcal{O}(e_0^4)$

Loop-Korrekturen in der QED

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- gedresster Elektron-Photon-Vertex: $-ie_0\Gamma^\mu(p', p)$
  - nackter Vertex: γ^μ
  - Lorentz-Invarianz: $\Gamma^\mu(p', p) \propto \gamma^\mu, \;\; p^\mu \;\; p'^\mu$
  - Elektronen on-shell: $p^2 = p'^{\,2} = m^2$

    $\Rightarrow$ einziger unabhängiger Lorentz-Skalar: $q^2 = (p' - p)^2$
  - Stromerhaltung: $q_\mu \Gamma^\mu(p', p) = 0$

$$\Rightarrow \quad \Gamma^\mu(p', p) = \gamma^\mu A(q^2) + (p' + p)^\mu B(q^2)$$

- Gordon-Identität: $\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p')\left[\underbrace{\frac{p'^\mu + p^\mu}{2m}}_{\text{Ladungsstrom}} + \underbrace{\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m}}_{\text{Spin-Strom}}\right]u(p)$

$$\Rightarrow \quad \Gamma^\mu(p', p) = F_1(q^2)\,\gamma^\mu + F_2(q^2)\,\frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m}$$

- $F_1(q^2)$: Dirac-Formfaktor
- $F_2(q^2)$: Pauli-Formfaktor

Loop-Korrekturen in der QED

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- störungstheoretische Korrektur niedrigster Ordnung (1-Loop):

  $-ie_0\Gamma^\mu(p',p) \;=\; -ie_0\gamma^\mu \;-\; ie_0\delta\Gamma^\mu(p',p)$
- $F_2(q^2)$ konvergent

  $\Rightarrow$ anomales magnetisches Moment: $\frac{g-2}{2} = F_2(0) = \frac{\alpha}{2\pi} \approx 0,00116$
- $F_1(q^2)$ logarithmisch divergent

  Renormierung: $-ie_0\Gamma^\mu(p,p) \;=\; -ie_0\gamma^\mu \;-\; ie_0\delta\Gamma^\mu(p,p) \;=\; -ie_0 Z_1^{-1}\gamma^\mu$
- renormierter Vertex: $\Gamma_R^\mu = Z_2 Z_3^{1/2}\,\Gamma^\mu$

  $\Rightarrow$ renormierter Ladung: $e = Z_1^{-1} Z_2 Z_3^{1/2}\, e_0$
- Rechnung ergibt ($\leftrightarrow$ Ward-Identität): $Z_1 = Z_2$

  $\Rightarrow$ $e = Z_3^{1/2}\, e_0$ Proportionalitätfaktor für alle Teilchen gleich!