
10. Lorentz-Transformationen



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

10.1 Grenzen des Newton'schen Weltbilds

Newton:

- ▶ dreidimensionaler **euklidischer Raum** + davon unabhängige **absolute Zeit**
- ▶ **Inertialsysteme** = Bezugssysteme, in denen die Newton'schen Gesetze gelten, insbesondere

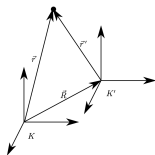
$$\text{N2:} \quad \vec{F} = \dot{\vec{p}} = m\vec{\ddot{r}} \quad (\text{für } m = \text{const.})$$

- ▶ **Galilei-Invarianz:**

Ist K ein Inertialsystem und K' ein Bezugssystem, das sich relativ zu K mit einer konstanten Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, dann ist K' ebenfalls ein Inertialsystem.

$$\vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{R}(t), \quad \vec{R}(t) = \vec{R}_0 + \vec{v}t \quad \Rightarrow \quad \vec{\ddot{r}} = \vec{\ddot{r}}' + \vec{\ddot{R}} = \vec{\ddot{r}}'$$

→ gleiche Beschleunigung in beiden Systemen ✓





Maxwell:

- ▶ Es gibt elektromagnetische Wellen, die sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$ ausbreiten.



Maxwell:

- ▶ Es gibt elektromagnetische Wellen, die sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$ ausbreiten.
- ▶ naive Vorstellung:
Das kann nur in einem bestimmten Bezugssystem gelten.
(16-jähriger Einstein: Wie sieht die Lichtwelle aus, wenn ich mich mit Lichtgeschwindigkeit mitbewege?)



Maxwell:

- ▶ Es gibt elektromagnetische Wellen, die sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$ ausbreiten.
- ▶ naive Vorstellung:
Das kann nur in einem bestimmten Bezugssystem gelten.
(16-jähriger Einstein: Wie sieht die Lichtwelle aus, wenn ich mich mit Lichtgeschwindigkeit mitbewege?)
- Existenz eines absoluten Bezugssystems („Äther“)



Maxwell:

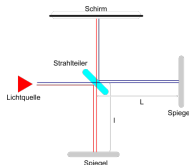
- ▶ Es gibt elektromagnetische Wellen, die sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$ ausbreiten.
- ▶ naive Vorstellung:
Das kann nur in einem bestimmten Bezugssystem gelten.
(16-jähriger Einstein: Wie sieht die Lichtwelle aus, wenn ich mich mit Lichtgeschwindigkeit mitbewege?)
- Existenz eines absoluten Bezugssystems („Äther“)
- Bewegung relativ zum Äther müsste sich messen lassen



► Michelson-Morley-Experiment (1881, 1887)

Die gemessenen Lichtgeschwindigkeiten parallel und senkrecht zur Erdbewegung sind gleich.

Bildquelle: <https://www.yaclass.at/p/physik/12-schulstufe/spezielle-relativitaetstheorie-17770/grundlagen-17719/re-6d2d7936-4a6b-4fda-841f-6982d66c28d3>

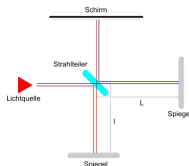




► Michelson-Morley-Experiment (1881, 1887)

Die gemessenen Lichtgeschwindigkeiten parallel und senkrecht zur Erdbewegung sind gleich.

Bildquelle: <https://www.yaclass.at/p/physik/12-schulstufe/spezielle-relativitaetstheorie-17770/grundlagen-17719/re-6d2d7936-4a6b-4fda-841f-6982d66c28d3>



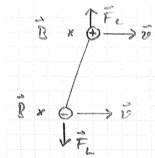
► Trouton-Noble-Experiment (1903)

zwei Ladungen an einem Stab

Erdbewegung \vec{v} → Ströme → B -Felder

→ Lorentz-Kraft → Drehmoment

wurde nicht gefunden!

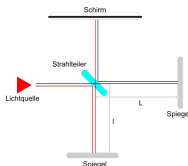




► Michelson-Morley-Experiment (1881, 1887)

Die gemessenen Lichtgeschwindigkeiten parallel und senkrecht zur Erdbewegung sind gleich.

Bildquelle: <https://www.yaclass.at/p/physik/12-schulstufe/spezielle-relativitaetstheorie-17770/grundlagen-17719/re-6d2d7936-4a6b-4fda-841f-6982d66c28d3>



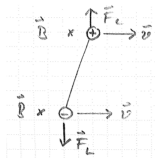
► Trouton-Noble-Experiment (1903)

zwei Ladungen an einem Stab

Erdbewegung \vec{v} \rightarrow Ströme \rightarrow B -Felder

\rightarrow Lorentz-Kraft \rightarrow Drehmoment

wurde nicht gefunden!

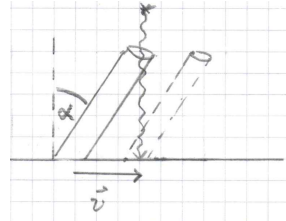


scheinbares Fazit: Die Erde ruht relativ zum Äther!

► Aberration des Sternenlichts

Während das Licht durch das Fernrohr läuft, bewegt sich die Erde weiter.

- ⇒ Der Stern wird unter einem etwas anderen Winkel gesehen.
- senkrechter Einfall: $\tan \alpha = \frac{v}{c}$
 - gemessener Wert $\rightarrow v = 30 \text{ km/s}$

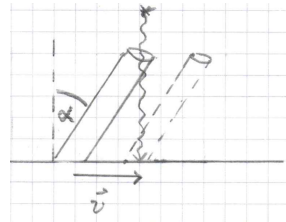


► Aberration des Sternenlichts

Während das Licht durch das Fernrohr läuft, bewegt sich die Erde weiter.

- ⇒ Der Stern wird unter einem etwas anderen Winkel gesehen.
- senkrechter Einfall: $\tan \alpha = \frac{v}{c}$
 - gemessener Wert $\rightarrow v = 30\text{km/s}$

→ Die Erde bewegt sich relativ zum Äther!



10.2 Die Einstein'schen Postulate



1. Die Naturgesetze besitzen in jedem Inertialsystem die gleiche Form, insbesondere also auch in verschiedenen Inertialsystemen, die sich relativ zu einander mit konstanter Geschwindigkeit bewegen.
(„*Relativitätsprinzip*“)
2. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist in allen Inertialsystemen gleich.



Gedankenexperiment:

- ▶ Inertialsystem K
- ▶ zwei Beobachter:
 - ▶ B ruht am Ursprung von K : $\vec{r}_B = \vec{0}$
 - ▶ B' ist zur Zeit $t = 0$ am Ursprung von K und bewegt sich mit Geschwindigkeit $\vec{v} = \text{const.}$: $\vec{r}_{B'} = \vec{v}t$



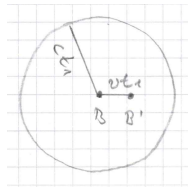
Gedankenexperiment:

- ▶ Inertialsystem K
- ▶ zwei Beobachter:
 - ▶ B ruht am Ursprung von K : $\vec{r}_B = \vec{0}$
 - ▶ B' ist zur Zeit $t = 0$ am Ursprung von K und bewegt sich mit Geschwindigkeit $\vec{v} = \text{const.}$: $\vec{r}_{B'} = \vec{v}t$
- ▶ Lichtblitz am Ursprung zur Zeit $t = 0$ → auslaufende Kugelwelle



Gedankenexperiment:

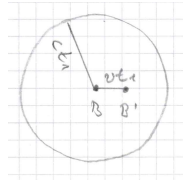
- ▶ Inertialsystem K
- ▶ zwei Beobachter:
 - ▶ B ruht am Ursprung von K : $\vec{r}_B = \vec{0}$
 - ▶ B' ist zur Zeit $t = 0$ am Ursprung von K und bewegt sich mit Geschwindigkeit $\vec{v} = \text{const.}$: $\vec{r}_{B'} = \vec{v}t$
- ▶ Lichtblitz am Ursprung zur Zeit $t = 0 \rightarrow$ auslaufende Kugelwelle
- ▶ Situation aus Sicht von B zur Zeit $t = t_1$:
 - ▶ kugelförmige Wellenfront bei $r = ct_1$
 - ▶ B im Zentrum
 - ▶ B' nicht im Zentrum, sondern bei $\vec{r} = \vec{v}t_1$



► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von B'**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von B' in verschiedene Richtungen
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$



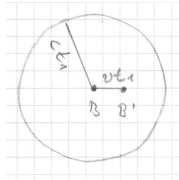


► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von B'**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von B' in verschiedene Richtungen
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!

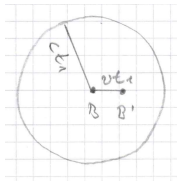


► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von B'**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von B' in verschiedene Richtungen
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



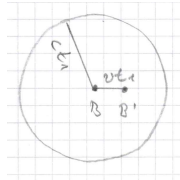
► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der Gleichzeitigkeit

► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von B'**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von B' in verschiedene Richtungen
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der Gleichzeitigkeit

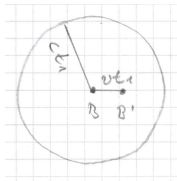
- Wellenfront
= Raumpunkte, die gleichzeitig von der Lichtwelle erreicht werden

► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von B'**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von B' in verschiedene Richtungen
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der Gleichzeitigkeit

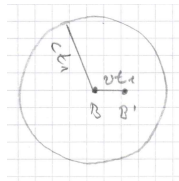
- Wellenfront
= Raumpunkte, die gleichzeitig von der Lichtwelle erreicht werden
- Ereignisse, die für B gleichzeitig stattfinden, sind nicht notwendigerweise auch für B' gleichzeitig.

► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von B'**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von B' in verschiedene Richtungen
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der Gleichzeitigkeit

► **Wellenfront**

= Raumpunkte, die gleichzeitig von der Lichtwelle erreicht werden

- Ereignisse, die für B gleichzeitig stattfinden, sind nicht notwendigerweise auch für B' gleichzeitig.

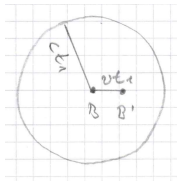
⇒ $\text{Wellenfront}(B) \neq \text{Wellenfront}(B')$

► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von B'**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von B' in verschiedene Richtungen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der Gleichzeitigkeit

► Wellenfront

= Raumpunkte, die gleichzeitig von der Lichtwelle erreicht werden

- Ereignisse, die für B gleichzeitig stattfinden, sind nicht notwendigerweise auch für B' gleichzeitig.

⇒ Wellenfront(B) \neq Wellenfront(B')

⇒ Beide Beobachter können aus ihrer Sicht im Zentrum der Lichtwelle sein.



- ▶ Zeitmessung $\hat{=}$ Gleichzeitigkeit eines Ereignisses mit der Anzeige einer Uhr

- ▶ Zeitmessung $\hat{=}$ Gleichzeitigkeit eines Ereignisses mit der Anzeige einer Uhr
- ▶ Laufzeitmessung von A nach B :
Man braucht streng genommen zwei Uhren, eine bei A und eine bei B .
→ müssen synchronisiert werden



- ▶ Zeitmessung $\hat{=}$ Gleichzeitigkeit eines Ereignisses mit der Anzeige einer Uhr
 - ▶ Laufzeitmessung von A nach B :
Man braucht streng genommen zwei Uhren, eine bei A und eine bei B .
→ müssen synchronisiert werden
 - ▶ Einsteins Vorschrift:
 - ▶ A sendet zur Zeit t_0 ein Lichtsignal aus.
 - ▶ Wenn es bei B ankommt sendet B sofort ein Lichtsignal zurück
 - ▶ Dieses kommt bei zur Zeit $t_2 = t_0 + \delta t$ bei A an.
 - ▶ A folgert, dass B das Signal zur Zeit $t_1 = t_0 + \delta t/2$ abgesendet hat.
- konsistente Synchronisation, wenn A und B relativ zueinander ruhen

- ▶ Zeitmessung $\hat{=}$ Gleichzeitigkeit eines Ereignisses mit der Anzeige einer Uhr
- ▶ Laufzeitmessung von A nach B :
Man braucht streng genommen zwei Uhren, eine bei A und eine bei B .
→ müssen synchronisiert werden
- ▶ Einsteins Vorschrift:
 - ▶ A sendet zur Zeit t_0 ein Lichtsignal aus.
 - ▶ Wenn es bei B ankommt sendet B sofort ein Lichtsignal zurück
 - ▶ Dieses kommt bei zur Zeit $t_2 = t_0 + \delta t$ bei A an.
 - ▶ A folgert, dass B das Signal zur Zeit $t_1 = t_0 + \delta t/2$ abgesendet hat.
- konsistente Synchronisation, wenn A und B relativ zueinander ruhen
- ▶ funktioniert nicht, wenn sich A und B relativ zu einander bewegen!